

APELLIDOS _____

NOMBRE _____ DNI GRUPO: _____

--	--	--	--	--	--

Antes de entregar, elige 4 de los 5 ejercicios, los que mejor hayas sabido responder, entrega esas respuestas en la forma más limpia y concisa que puedas y asegúrate de TACHAR EL ENUNCIADO del ejercicio restante.

1. a) Demuestra que si un entero positivo es de la forma $6n - 1$ entonces es divisible por algún primo de la forma $6m - 1$.
 b) Demuestra que para todo entero positivo n , el número $6n! - 1$ tiene un divisor primo, mayor que n , de la forma $6m - 1$.

2. En el conjunto $\mathcal{P}(\mathbb{N}) \setminus \{\emptyset\}$ definimos la relación:
 $A \mathcal{R} B$ si existe alguna biyección $f : A \rightarrow B$.
 a) Demostrar que es una relación de equivalencia.
 b) Explicar cuál será el cardinal del conjunto cociente y por qué.

3. a) Demostrar que $\sqrt{3}$ es irracional.
 b) Demostrar que existe un múltiplo de 37 cuyas últimas cuatro cifras son 2012. (*No hace falta calcularlo*).

4. Dados los polinomios
 $p(X) = X^4 + 4X^3 + 7X^2 + 6X + 3$, $q(X) = X^3 + 3X^2 + 3X + 2$,
 hallar:
 a) el máximo común divisor de $p(X)$ y $q(X)$ (*sugerencia: Algoritmo de Euclides*);
 b) la expresión de $q(X)$ como producto de factores irreducibles, en $\mathbb{R}[X]$ y en $\mathbb{C}[X]$.

5. Dadas unas funciones $f : X \rightarrow Y$, $g : X \rightarrow Z$, se define la función $h : X \rightarrow Y \times Z$ según la fórmula

$$h(x) = (f(x), g(x)), \quad x \in X.$$
 a) Probar que si una de las funciones f , g es inyectiva, la función h también lo es.
 b) Dar un ejemplo de conjuntos X, Y, Z que tengan más de un elemento y funciones f, g tales que la correspondiente función h , definida como arriba, sea *biyectiva*.