Análisis I - Examen Final - 20 de enero de 2011

---

1) Estudiar si las series $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ convergen, donde:

$$a_n = \frac{\log^2 n}{n+1}, \qquad b_n = \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \qquad c_n = \frac{n+3}{n^3+3}.$$

2) Calcular el área de la región comprendida entre las curvas $y = 0$ e $y = \dfrac{1}{e^x + e^{-x}}$.

3) Calcular los siguientes límites

a) $\displaystyle \lim_{x\to 1} \frac{1+\cos(\pi x)}{x^2 - 2x + 1}$,

b) $\displaystyle \lim_{x\to 0^+} \frac{\log(\cos(6x))}{\log(\cos(3x))}$,

c) $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} x^{\frac{1}{x}}$,

d) $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} x \operatorname{sen}(1/x)$.

4) Dada la función

$$F(x) = \int_0^{\cos x} \frac{dt}{1+t^2},$$

a) Calcular $F'(x)$ y $F''(x)$.
b) Calcular el polinomio de Taylor de grado 2 de la funcion en $x = 0$.
c) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $F'(x) = 1/2$ en el intervalo $[\pi/2, 3\pi/2]$?

5) Hallar para qué valores de a se cumple la siguiente desigualdad:

$$\int_0^1 (x + a^2) \operatorname{sen}(\pi x)\, dx > 4.$$
