

1.- Estudiar la convergencia de las siguientes series:

(1) $\sum \frac{10^k}{k!}$	(2) $\sum \frac{1}{k 2^k}$	(3) $\sum \frac{1}{k^k}$
(4) $\sum \left(\frac{k}{2k+1} \right)^k$	(5) $\sum \frac{n!}{100^n}$	(6) $\sum \frac{(\log k)^2}{k}$
(7) $\sum \frac{(\log k)^2}{k^2}$	(8) $\sum \frac{k^2 + 2}{2k^3 + 6k - 20}$	(9) $\sum k \left(\frac{2}{3} \right)^k$
(10) $\sum \frac{1}{1 + \sqrt{k}}$	(11) $\sum \frac{2k + \sqrt{k}}{k^3 + 2\sqrt{k}}$	(12) $\sum \frac{k!}{10^{4k}}$
(13) $\sum \frac{k^2}{e^k + 1}$	(14) $\sum \frac{2^k k!}{k^k}$	(15) $\sum \frac{n!}{(n+2)!}$
(16) $\sum \frac{1}{n (\log n)^{\frac{1}{2}}}$	(17) $\sum \frac{1}{n \log n (\log(\log n))^{\frac{3}{2}}}$	(18) $\sum \frac{1}{\sqrt{k^3 - 2}}$
(19) $\sum \left(\frac{k}{k+10} \right)^k$	(20) $\sum \frac{(k!)^2}{(2k)!}$	(21) $\sum \frac{45}{1 + 100^{-n}}$
(22) $\sum \frac{n!}{n^n}$	(23) $\sum \frac{\log n}{n^2}$	(24) $\sum \frac{1}{(\log n)^n}$
(25) $\sum (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$	(26) $\sum (\sqrt[n]{n} - 1)^n$	(27) $\sum \frac{1}{2^{\log n}}$

2.- Describir la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n},$$

según los valores de $a > 0$.

3.- Calcular las siguientes sumas:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right), \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n+1}{n(n+1)(n+2)}.$$

4.- Decidir razonadamente si son ciertas las siguientes afirmaciones:

- (a) Si $\lim a_n = 0$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ es convergente.
- (b) Si para todo n , $a_n > 0$ y $\lim a_n = 0$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ es convergente.

- (c) Si para todo n , $a_n \geq a_{n+1} > 0$ y $\lim a_n = 0$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n a_n$ es convergente.
- (d) Existe una sucesión $\{a_n\}$ tal que para todo n , $a_n \geq a_{n+1} > 0$, $\lim a_n = 0$ y $\sum_{n=1}^{\infty} (-n)^n a_n$ es convergente.

5.- Probar que la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(1 + \frac{1}{n})^n}{n}$$

es convergente pero no absolutamente convergente.

6.- Estudiar la convergencia absoluta y condicional de las siguientes series:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k^k}{3^k k!}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k \log k}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}.$$

7.- Utilizando el criterio de la integral estudiar la convergencia de las siguientes series

$$\sum \frac{1}{n^\alpha}, \quad \alpha > 0, \quad \sum \frac{1}{n \log(n+1)}.$$