Examen final de Cálculo I - Informática - 11 de enero de 2010

Nombre y Apellidos	
DNI o NIE	

No se permite el uso de apuntes, calculadoras, teléfonos móviles, ordenadores ni ningún otro tipo de asistencia.

1 (10 puntos)

Sea $F : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$F(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x > 1, \\ \frac{4}{\pi} \displaystyle\int_0^x \operatorname{arc\,sen} \sqrt{t}\, dt & \text{si } 0 \le x \le 1. \end{cases}$$

a. Decide si F es continua en $[0, +\infty)$;

b. Decide si F es derivable en $(0, +\infty)$.

2 (10 puntos)

Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a. } \int_{-2}^{2} x^2 \sqrt{4 - x^2}\, dx, \qquad \text{b. } \int_0^1 \frac{3x^2 - 10x + 18}{x^3 - x^2 - 8x + 12}\, dx.$$

3 (10 puntos)

Dada la función $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^{-2x}$, se pide

a. decir dónde es creciente o decreciente;

b. hallar máximos y mínimos locales y globales;

c. dibujar la función.

4 (10 puntos)

Dígase si son ciertas o no las afirmaciones siguientes, justificando la respuesta:

a. Si $f : [-2\pi, 2\pi] \to \mathbb{R}$ es continua, entonces $\int_{-2\pi}^{2\pi} f(x) \cos x\, dx = 0$.

b. Si $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ es derivable, no es constante y satisface que $f(0) = f(1) = f'(1/2) = 0$, entonces f tiene un máximo o un mínimo local en $x = 1/2$.

c. Si $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ es continua, $f(x) > 0$ para todo x y decreciente para $x \ge 2$, entonces alcanza un máximo y un mínimo globales en $[0, +\infty)$.

5 (10 puntos)

Estudia la convergencia de las series

$$\text{a. } \sum_{n=1}^{\infty} e^{\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2}}, \qquad \text{b. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n + \operatorname{sen} n)\sqrt{n^2 + 4}}$$