ÁLGEBRA — **Grado en Ingeniería Informática** — **Curso 2025–26** — Hoja 6

Sistemas de ecuaciones lineales

1. Aplica el método de Gauss para discutir y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

$$a)\ \left.\begin{array}{r} x_2-3x_3=1\\ 2x_1+3x_2+3x_3=5\\ 4x_1+5x_2-2x_3=9 \end{array}\right\}\quad b)\ \left.\begin{array}{r} 3x_1-10x_2-\ x_3=-15\\ 2x_1+\ 2x_2+3x_3=\ 6\\ x_1+14x_2+7x_3=\ -1 \end{array}\right\}\quad c)\ \left.\begin{array}{r} x_1+\ x_2+\ x_3=2\\ -x_1+\ x_2+\ x_3=1\\ -x_1+3x_2+3x_3=4 \end{array}\right\}$$

$$d)\ \left.\begin{array}{r} 2x_1-2x_2+\ x_3=9\\ 3x_1-5x_2+2x_3=4\\ 3x_1+3x_2-\ x_3=9 \end{array}\right\}\quad e)\ \left.\begin{array}{r} x_1-2x_2+\ x_3=7\\ 3x_1+2x_2-\ x_3=1\\ 2x_1-5x_2+2x_3=6 \end{array}\right\}\quad f)\ \left.\begin{array}{r} x_1-3x_2+2x_3=0\\ -x_1-2x_2+2x_3=0\\ 2x_1\qquad -2x_3=0 \end{array}\right\}$$

$$g)\ \left.\begin{array}{r} x+\ y+z+\ t=0\\ y-z\qquad =5\\ x+\qquad z+2t=1\\ x+2y\qquad\quad =0 \end{array}\right\}\quad h)\ \left.\begin{array}{r} x_1+2x_2+3x_3=\ 2\\ x_1-\ x_2+\ x_3=\ 0\\ x_1+3x_2-\ x_3=-2\\ 3x_1+4x_2+3x_3=\ 0 \end{array}\right\}\quad i)\ \left.\begin{array}{r} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ -x_1+\ x_2\qquad\ +9x_4=0\\ -x_1-3x_2+2x_3+3x_4=0\\ -x_1+2x_2-5x_3+2x_4=0 \end{array}\right\}$$

Solución: a) $(1,1,0)$; b) incompatible; c) $\left\{\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}-\lambda,\lambda\right)\,:\,\lambda\in\mathbb{R}\right\}$; d) $(1,13,33)$; e) $(2,8,21)$; f) $(0,0,0)$; g) $(-8,4,-1,5)$; h) $(-1,0,1)$; i) $\{(59\lambda,-22\lambda,-17\lambda,9\lambda)\,:\,\lambda\in\mathbb{R}\}$.

2. Cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones tiene dos términos independientes. Resuélvelos a la vez mediante el método de Gauss-Jordan.

$$a)\ \left.\begin{array}{lr|r} 2x_1-4x_2 & =10 & -8\\ x_1-3x_2\qquad +x_4 & =7 & -2\\ x_1\qquad -x_3+2x_4 & =4 & 9\\ 3x_1-4x_2+3x_3-x_4 & =-11 & -15 \end{array}\right\}\qquad b)\ \left.\begin{array}{lr|r} 2x_1-4x_2 & =10 & -8\\ x_1-3x_2 & =-4 & -2\\ x_1\qquad -x_3 & =4 & 9\\ 4x_1-7x_2-x_3 & =10 & -15 \end{array}\right\}$$

$$c)\ \left.\begin{array}{lr|r} 2x_1-4x_2 & =10 & -8\\ x_1-3x_2\qquad +x_4 & =-4 & -2\\ x_1\qquad -x_3+2x_4 & =4 & 9 \end{array}\right\}$$

Solución: a) $(-1,-3,-7,-1)$ y $(0,2,-1,4)$; b) $(23,9,19)$ e incompatible; c) $\{(23+2\lambda,9+\lambda,19+4\lambda,\lambda)\,:\,\lambda\in\mathbb{R}\}$ y $\{(-8+2\lambda,-2+\lambda,-17+4\lambda,\lambda)\,:\,\lambda\in\mathbb{R}\}$.

3. Discute los siguientes sistemas de ecuaciones en función de los valores del parámetro $a\in\mathbb{R}$:

$$a)\ \left.\begin{array}{rcrcrcr} ax & + & y & + & z & = & 1\\ x & + & ay & + & z & = & a\\ x & + & y & + & az & = & a^2 \end{array}\right\}\qquad b)\ \left.\begin{array}{rcrcrcr} 3x & - & y & & & = & ax\\ 5x & + & y & + & 2z & = & ay\\ & & 4y & + & 3z & = & az \end{array}\right\}$$

4. Discute el siguiente sistema de ecuaciones en función de los valores de los parámetros $a,b\in\mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & ay & + & bz & = & 4\\ x & & & + & z & = & 2\\ x & + & y & + & z & = & 2 \end{array}\right\}$$

5. Resuelve usando la Regla de Cramer:

$$\text{a)}\ \left\{\begin{array}{l} 3x+2y+4z=1\\ 2x-y+z=0\\ x+2y+3z=1 \end{array}\right.\qquad \text{b)}\ \left\{\begin{array}{l} x+y+z=2\\ x+2y+3z=6\\ 4x+5y+4z=6. \end{array}\right.$$