

Tercer examen parcial
19 de diciembre de 2022

APELLIDOS: _____

NOMBRE: _____ DNI/NIE: _____ GRUPO: 111 / 112

--	--	--	--	--	--

1) (1 punto) Decide si $U = \{(4\alpha, -\alpha, 3(\alpha + 1)) \in \mathbb{R}^3 \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ es un subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 .

2) (1 punto) Dos subespacios vectoriales U, V cumplen $\mathbb{R}^5 = U \oplus V$. Una base de U es

$$\{(1, 3, 3, -1, 0), (0, 1, 2, -1, 1)\}.$$

¿Cuánto vale $\dim V$?

3) (1 punto) El núcleo de una aplicación lineal $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tiene ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

¿Cuánto vale $\dim \operatorname{im} f$?

4) (2 puntos) Un subespacio U de \mathbb{R}^4 tiene como base

$$B = \{(1, -1, 1, -1), (1, 1, 1, 1)\}.$$

a) Halla las coordenadas del vector $\vec{v} = (1, 5, 1, 5)$ con respecto de la base B .

b) Una aplicación lineal $f : U \rightarrow \mathbb{R}^2$ cumple

$$f(1, -1, 1, -1) = (1, 0), \quad f(1, 1, 1, 1) = (0, 1).$$

Halla $f(\vec{v})$.

5) (5 puntos) La aplicación lineal $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tiene como matriz asociada

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Halla una base de $\text{Nuc } f$.

b) Halla unas ecuaciones de $\text{im } f$.

c) Halla unas ecuaciones de $\text{Nuc } f \cap \text{im } f$ con el menor número de ecuaciones posible.

d) Halla $f^{-1}(2, 0, 0, 3)$ y exprésalo como unas ecuaciones paramétricas.

e) Halla $f(-1, 1, 2, -2)$.