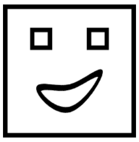
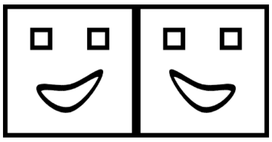
1. Figuras y simetrías

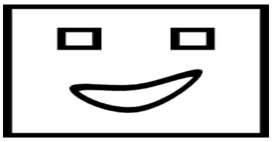
Recuerda que los ficheros de imágenes `sright.png` y `sleft.png` están disponibles en la *web* de la asignatura.



`sright`

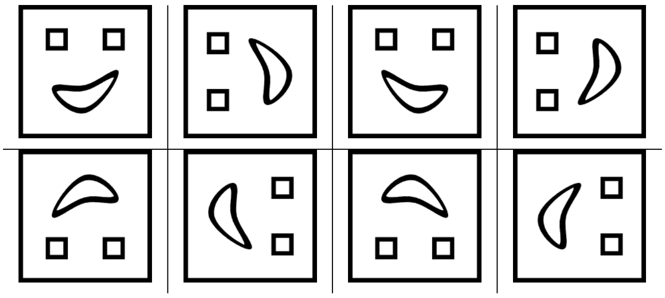


`sright` y `sleft`



`sright` relación 2:1

La acción del grupo diédrico D_4 de ocho elementos (también a veces denotado con D_8) sobre el *smiley* cuadrado está recogida en la siguiente tabla creada con un solo entorno `tabular` dentro de un entorno `center`.



2. Grupos de colores

El grupo diédrico anterior es el grupo de Galois del cuerpo de descomposición de $x^4 - 2$, obviamente soluble por radicales, y sirve como ejemplo del resultado más famoso de la teoría de Galois:

Teorema 2.1. *Sea $P \in \mathbb{Q}[x]$ no constante y L_P su cuerpo de descomposición. El grupo de Galois $\mathcal{G}(L_P/\mathbb{Q})$ es soluble si y solo si P es soluble por radicales.*

Corolario 2.2. *Si $\mathcal{G}(L_P/\mathbb{Q}) \cong D_4$ entonces P es soluble por radicales.*

Demostración. Se tiene la serie de composición:

$$\{e\} \triangleleft C_2 \triangleleft C_4 \triangleleft D_4 \qquad \text{con} \quad [D_4 : C_4] = [C_4 : C_2] = 2.$$

Por tanto, el grupo es soluble y el teorema asegura que el polinomio es soluble por radicales. □

Demostración del teorema. Demasiado difícil. □