1) Prueba por inducción $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$ para $n\in\mathbb{N}$.

2) Prueba $\frac{2}{1\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{2}{(2n-1)\cdot(2n+1)}=\frac{2n}{2n+1}$ para $n\in\mathbb{N}$. Puedes usar inducción o una prueba más sencilla basada en que $\frac{2}{k(k+2)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}$.

3) Prueba por inducción que $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ para $n\in\mathbb{N}$.

4) Prueba por inducción que si $k\ge 2$ es par, 3^k+7 es siempre divisible por 8.

5) Prueba que $n(n^2+11)$ es siempre divisible por 6 para $n\in\mathbb{N}$.

6) Decide si $\left\{\frac{1}{n}+(-1)^n\,:\,n\in\mathbb{N}\right\}$ tiene máximo o mínimo.

7) Halla el supremo y el ínfimo de $\left\{\frac{2n^2+1}{n^2+1}\,:\,n\in\mathbb{Z}\right\}$.

8) Halla el supremo y el ínfimo de $\left\{x\in\mathbb{Q}\,:\,2\le x^2\le 9\right\}$. ¿Son respectivamente máximo y mínimo? ¿Y si cambiamos 9 por 10?

9) Busca un ejemplo de un conjunto $A\subset\mathbb{R}$ tal que $\sup A=\infty$, $\inf A=0$, no contenga a ningún intervalo (a,b) y no posea mínimo.

10) Halla todos los valores $x\in\mathbb{R}$ que verifican $\frac{2x-1}{x+3}<\frac{1}{3}$.

11) Calcula el supremo de $\left\{1-|x^2-3x+2|\,:\,x\in\mathbb{R}\right\}$. ¿Es máximo?

12) Decide si existe algún $x\in\mathbb{R}$ tal que $|x^2-1|<|x|-2$.

13) Halla todos los valores $x\in\mathbb{R}$ que verifican $|x+1|+|x+2|>1$.

14) Dados $a<b$, explica por qué $|x-a|+|y-b|<b-a$ no tiene solución.

15) Halla la parte imaginaria de $(3+i)^{-2}-4(1+i)^{-1}$.

16) Supongamos que $z\in\mathbb{C}$ tiene parte imaginaria positiva. Explica por qué podemos asegurar que $(3z+1)/(5z+2)$ también la tiene.

17) Dibuja el conjunto de los $z\in\mathbb{C}$ tales que $|3z+1+2i|^2\le|3+(1+2i)\overline{z}|^2$.

18) Halla una fórmula para $|(2+i)\overline{z}+1|^2+|z-2-i|^2$ que solo dependa de $|z|^2$.

19) Calcula la parte real e imaginaria de $(2i)^{-2022}(\sqrt{3}-i)^{2023}$.

20) Halla una fórmula simplificada para $(1+i)^{4n+1}+(1-i)^{4n+1}$ donde $n\in\mathbb{N}$.

21) Aplicando la fórmula de Moivre para $n=4$ obtén una fórmula para $\cos(4\alpha)$ en términos de $\cos\alpha$.

22) Calcula todas las raíces cúbicas de $4\sqrt{2}(1+i)$ expresándolas en términos de senos y cosenos.