1) Muestra que $\int_0^x |t|\,dt = \frac{1}{2}x|x|$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

2) Escribe $a_n = \frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2}$ como $a_n = \frac{1}{n}\Big(f\big(\frac{1}{n}\big) + f\big(\frac{2}{n}\big) + \cdots + f\big(\frac{n}{n}\big)\Big)$ para cierta f y utiliza el resultado para hallar el límite de a_n como una integral.

3) Empleando el teorema fundamental del cálculo, muestra que la integral $\int_{\pi/2}^x \operatorname{cosec} t\,dt$ es igual a $\log\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ para $x \in [\pi/2, \pi)$.

4) Halla $\lim_{x\to+\infty} \frac{\log x}{x}\int_2^x \frac{dt}{\log t}$. Indicación: Da por supuesto (o prueba) $\int_2^\infty \frac{dt}{\log t} = \infty$ y aplica la regla de L'Hôpital aislando la integral en el numerador.

5) Calcula la derivada de $\int_{\operatorname{sen} x}^{\cos x} e^{-t^2}\,dt$.

6) Intenta calcular primitivas de las siguientes funciones directamente, sin aplicar técnicas especiales de integración: $f_1(x) = \tan x$, $f_2(x) = (x\log x)^{-1}$, $f_3(x) = \big(\cos\sqrt{x}\big)/\sqrt{x}$.

7) Utiliza el método de integración por partes para calcular $\int \operatorname{sen}(\log x)\,dx$.

8) Halla $\int_{-1}^0 (x^2+1)e^x\,dx$.

9) Calcula una primitiva de $f(x) = (x-1)\big(2\log(x+1)-1\big)$. Indicación: Toma como partes cada uno de los factores.

10) Halla el área encerrada entre la gráfica de la función $f(x) = \frac{3x+3}{x^2-5x+4}$ y el eje X en el intervalo $[2,3]$.

11) Calcula $\int \frac{x^3+1}{x^3+x}\,dx$.

12) Calcula $\int \frac{x+7}{x^3+5x^2+3x-9}\,dx$.

13) Resuelve la integral $\int_{-2}^7 \big(2+\sqrt{2+x}\big)^{-1}\,dx$ empleando un cambio de variable.

14) Calcula $\int \big(9e^x + e^{-x}\big)^{-1}\,dx$.

15) Halla el área entre la gráfica de $f(x) = \sqrt{2-x^2}$ y su negativa en el intervalo $[0,1]$.

16) Calcula $\int f$ donde $f(x) = e^{2x}/\sqrt{e^x+1}$.

17) Calcula $\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}^4 x\,dx$ y $\int_0^{\pi/2} \cos^4 x\,dx$ y explica geométricamente por qué son iguales.

18) Encuentra una primitiva de $\cos^5 x \operatorname{sen}^3 x$.

19) Halla el valor de $\int_0^{3\pi/2} |\operatorname{sen} x|^3\,dx$.

20) Considera la parte de la parábola $y = 1-x^2$ en el primer cuadrante. Halla el volumen del sólido que genera cuando gira alrededor del eje X y cuando lo hace alrededor del eje Y.

21) Calcula el área que limitan las gráficas de $f(x) = \operatorname{sen} x$ y $g(x) = \cos x$ para $x \in [0,\pi]$.

22) Obtén la fórmula para el volumen de la esfera de radio R empleando integrales.

23) Halla el área limitada entre la parábola $y = \frac{4}{3}x^2$ y la recta $2x + 3y = 2$.

24) Determina el volumen del sólido infinito obtenido al girar la gráfica de la función $f(x) = (x^2 + 5x + 6)^{-1/2}$ alrededor del eje X en $x > 0$.

25) Calcula el valor de $\int_0^\infty e^{-\sqrt{x}}\,dx$ explicando por qué es convergente.

26) Calcula $\int_{-\infty}^{-2} (x+2)2^x\,dx$.

27) Decide si $\int_0^\infty \frac{x+2}{\sqrt{x^4+x+1}}\,dx$ es convergente.

28) Estudia la convergencia de $\int_0^\infty \frac{1-\cos x}{\sqrt[3]{x^7}}\,dx$. Indicación: Nota que $(1-\cos x)/x^2$ tiene límite finito no nulo cuando $x \to 0$.