¿Qué hay que saberse?

La respuesta socarrona es todo pero quizá te sea de interés dar un vistazo a los siguientes puntos:

- El producto escalar usual sirve para calcular longitudes y ángulos. Hay una forma del producto escalar usual válida en $\mathbb{C}^n$. Se consideran también productos escalares generalizados que responden a las propiedades de ser lineales en el primer argumento, simétricos (salvo conjugación si $K = \mathbb{C}$) y definidos positivos.
- En un espacio con producto escalar (generalizado o usual) se cumple la desigualdad de Cauchy-Schwarz, la desigualdad triangular y el teorema de Pitágoras.
- Las componentes de un vector $\vec{x}$ en una base ortogonal $\{\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n\}$ responden a la fórmula $x_j = \|\vec{u}_j\|^{-2}\langle\vec{x}, \vec{u}_j\rangle$.
- Un vector de un espacio vectorial con producto escalar se descompone como la suma de un vector en un subespacio W dado y otro de $W^\perp$, los vectores ortogonales a W. Al primero se le llama proyección ortogonal sobre W.
- El proceso de Gram-Schmidt transforma una base en otra ortogonal. Consiste en preservar el primer vector y restar a cada uno de los siguientes la proyección ortogonal sobre el subespacio generado por los anteriores.
- Una manera de calcular la proyección ortogonal de un vector sobre W es calcular las componentes sobre una base ortogonal de W. Otra forma es imponer que el vector menos la proyección sea ortogonal a una base de W, escribiendo la proyección como una combinación lineal desconocida de la base y resolviendo el sistema. Finalmente, si $W^\perp$ es más sencillo que W puede ser conveniente usar que el vector es la suma de sus proyecciones sobre ellos.
- La distancia de un vector a un subespacio W es lo que mide su proyección sobre $W^\perp$.
- Las matrices cuadradas cuyas columnas son ortonormales se llaman matrices ortogonales si son reales y matrices unitarias si son complejas. Verifican las identidades $AA^\dagger = A^\dagger A = I$, esto es $A^{-1} = A^\dagger$.