Lo mismo es cierto reemplazando t por $\dagger$. El cambio de orden en la segunda fórmula no es ninguna tontería porque si por ejemplo $A, B \in \mathcal{M}_n$ es muy inusual que AB y BA coincidan.

Dicho sea de paso, las matrices O e I son claramente elementos neutros de la suma y de la multiplicación de matrices cuadradas. Es decir, $A + O = O + A = A$ y $AI = IA = A$.

0.2. Vectores

Hasta ahora para ti un *vector* era una lista ordenada de dos o tres números, sus *coordenadas*. En este curso los vectores serán algo más general, así un polinomio o una señal podrán ser considerados como vectores en un espacio adecuado. Antes de meternos en esas finuras, es importante que pienses que los vectores de toda la vida, los que conoces, pueden tener más de tres coordenadas si se trabaja en un espacio de más dimensiones[2]. Entonces representamos un vector de los de siempre por una lista de n números y en álgebra lineal es conveniente que estos números estén escritos en vertical, es decir, como una matriz $n \times 1$, lo cual es un fastidio al escribir un libro o unos apuntes porque las líneas van en horizontal. Un truco que usaré cuando sea necesario es el símbolo de trasposición. El conjunto de todos los vectores formados por n coordenadas se denomina $\mathbb{R}^n$ o $\mathbb{C}^n$, dependiendo de si queremos considerar números reales o complejos. Como ya sabes, habitualmente se indica que algo es un vector escribiendo una flecha sobre su nombre. Así son ejemplos de vectores de toda la vida

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} = (2, 3, 5, 7)^t \in \mathbb{R}^4 \quad \text{y} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 1+i \\ i \\ 0 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^5.$$

El vector con todas sus coordenadas cero, llamado *vector nulo*, se suele indicar mediante el símbolo $\vec{0}$.

La manía tan rara de que los vectores ahora estén en vertical proviene de que será conveniente multiplicar matrices por vectores y que resulte otro vector. Concretamente, si consideramos un vector $\vec{v}$ como una matrix $n \times 1$ entonces para $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ se tendrá $A\vec{v} \in \mathcal{M}_{m\times 1}$, es decir, es un vector de m coordenadas. En álgebra lineal la razón de ser de las matrices es que indican estas funciones que pasan vectores a vectores.

¿Y cuál es la razón de ser de los vectores? Más claramente, ¿sirven para algo los vectores? A los matemáticos nos deja bastante chafados la pregunta común "¿y esto para qué sirve?" que surge después de que contemos nuestras historias, en parte

[2] Quizá digas "¿Y a mí qué me importan los espacios de dimensiones mayores si vivo en el mundo real, no como los matemáticos?". Como zasca radical, en ciertas situaciones es conveniente considerar que las señales manejadas en telecomunicaciones son vectores de un espacio de ¡infinitas dimensiones! cuyas coordenadas son los valores que toman para cada instante de tiempo.

porque pensamos mayoritariamente que la estética (la belleza) y no la utilidad es la principal justificación de las construcciones matemáticas y en parte porque no sabemos qué responder. Los vectores sirven para representar magnitudes, como las fuerzas en física, en las que no solo es importante el tamaño o intensidad sino también la dirección. Su introducción es relativamente tardía en la historia de las matemáticas, del siglo XIX, y el álgebra lineal no se asentó bien hasta principios del siglo XX, incluso a mediados de siglo no se impartía en todas las universidades, mientras que ahora forma parte de cualquier plan de estudios científico[3].

[3]La física cuántica fue en sus orígenes una mecánica matricial. W. Heisenberg no conocía la multiplicación de matrices y con la ayuda de M. Born, que había seguido cursos de matemáticas en los que aparecía, llegó a una formulación adecuada de su principio de incertidumbre. Desde el punto de vista actual llama la atención que alguien que sabía tanta física y matemáticas como Heisenberg no dominara un tema más que obligatorio en primero de grado hoy en día, pero eso fue en 1925 cuando pocos físicos lo hacían.