Segundo parcial 11/Abr/2018 Variable Compleja II

Nombre y apellidos..

....

1) Decide si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas incluyendo en cada caso una pequeña justificación.

a) [2 puntos] La sucesión de funciones $f_n(z) = (1 + nz)z^n$ converge uniformemente sobre compactos en el disco unidad.

b) [2 puntos] Si $f(z) = 1 - \sqrt{1+z}$ entonces $(f \circ f \circ f \circ f)(\mathbb{D})$, con $\mathbb{D}$ el disco unidad, contiene un disco de radio $1/2018$. (Se elige la raíz con $\sqrt{\mathbb{R}^+} = \mathbb{R}^+$ como es habitual).

2) [3 puntos] Sea T una transformación de Möbius del disco que verifica $T(1/2) = 0$ y $T(1/4) = 2i/7$. Calcula $T(0)$.

3) [3 puntos] Demuestra que no existen funciones enteras no constantes f y g verificando la relación $e^{\cos f} + e^{2g} = 2018$.

---

4) [Solo si tuviste menos de 5 en el primer parcial. Añade hasta dos puntos a su calificación] Calcula el residuo en 0 de $f(z) = (\cos z + \operatorname{sen} z)/\operatorname{sen}^2 z$.

Name ....

....

1) Decide whether the following claims are true or false writing in each case a brief justification

a) [2 puntos] The sequence of functions $f_n(z) = (1 + nz)z^n$ converges uniformly on compact subsets of the unit disk.

b) [2 puntos] If $f(z) = 1 - \sqrt{1+z}$ then $(f \circ f \circ f \circ f)(\mathbb{D})$, with $\mathbb{D}$ the unit disk, contains a disk of radius $1/2018$. (We assume $\sqrt{\mathbb{R}^+} = \mathbb{R}^+$ as usual).

2) [3 puntos] Let T be a Möbius transformation of the disk verifying $T(1/2) = 0$ and $T(1/4) = 2i/7$. Find the value of $T(0)$.

3) [3 puntos] Prove that there do not exist nonconstant entire functions f and g such that $e^{\cos f} + e^{2g} = 2018$.