Inicial primer apellido

Cálculo II

GRUPO MAÑANA ☐
GRUPO TARDE ☐

1º DEL GRADO EN MATEMÁTICAS
1º DE DOBLE TITULACIÓN EN INGENIERÍA INFORMÁTICA-MATEMÁTICAS
CURSO 2018-2019

29 DE MAYO DE 2019

Examen final

APELLIDOS Y NOMBRE ______________________ D.N.I. __________

Justificar todas las respuestas.

1. Dada la función $f:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy+x^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

   a) [0.75] Prueba que es continua en el origen.
   b) [1.25] Estudia la existencia de las derivadas parciales en el origen así como la diferenciabilidad en dicho punto.

2. [2.5] Calcula el volumen de la región limitada por las gráficas de $f_1(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ y $f_2(x,y)=\sqrt{4-3x^2-3y^2}$.

3. [2.5] Sea C la curva intersección de la esfera $x^2+y^2+z^2=4$ y el paraboloide $x^2+y^2=3z$. Calcula la integral de línea

$$\int_C F\cdot ds \qquad \text{con} \qquad F(x,y,z)=(2yz^2,\, xz^2,\, 3xyz).$$

   con la orientación que prefieras.

4. Decide **razonadamente** si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
   a) [1.25] El plano tangente a la superficie $e^{x+y-1}+x-z=1$ en el punto $(3,-2,3)$ corta al eje Z en $(0,0,-1)$.
   b) [1.25] La integral de superficie del campo

$$F(x,y,z)=\frac{1}{\left((x-2019)^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,(x-2019,y,z)$$

   en la esfera unidad es cero.
   c) [0.5] Si una función $f:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$, $f\in C^2$, alcanza un único mínimo local en (x_0,y_0) entonces necesariamente $f(x,y)\geq f(x_0,y_0)$ para todo $(x,y)\in\mathbb{R}^2$.

Nota: Las cantidades entre corchetes son las puntuaciones de cada apartado.