

Inicial primer apellido

**Cálculo II**

1º DEL GRADO EN MATEMÁTICAS

1º DE DOBLE TITULACIÓN EN INGENIERÍA INFORMÁTICA-MATEMÁTICAS

CURSO 2018-2019

GRUPO MAÑANA GRUPO TARDE 

7 DE MARZO DE 2019

**Parcial 1**

APELLIDOS Y NOMBRE \_\_\_\_\_ D.N.I. \_\_\_\_\_

**Justificar todas las respuestas.**

1. (2 puntos) Considera en  $\mathbb{R}^2$  la distancia definida por:

$$d((u_1, u_2), (v_1, v_2)) = 2|u_1 - v_1| + |u_2 - v_2| \quad \text{para todo } (u_1, u_2), (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$$

Dibuja la bola abierta de centro  $(0,0)$  y radio 2.

2. (4 puntos) Considera la función

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y) \operatorname{sen}(1/x) \operatorname{sen}(1/y), & \text{si } xy \neq 0 \\ 0, & \text{si } xy = 0 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de  $f$  en  $(0,0)$ .
- b) Estudia la continuidad de  $f$  en los puntos  $(x_0, y_0) \neq (0,0)$  con  $x_0 y_0 = 0$ .
3. (4 puntos) Decide razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas dando una pequeña demostración o contraejemplo.
- a) Cada curva de nivel de  $f(x,y) = x^2 - y^2$  es un abierto.
- b) Para cualquier par de subconjuntos  $A, B$  de  $\mathbb{R}^2$  se cumple que:  $\operatorname{interior}(A \cup B) \subset \operatorname{interior}(A) \cup \operatorname{interior}(B)$
- c) Si  $K_1$  y  $K_2$  son conjuntos compactos en  $\mathbb{R}^n$ , entonces  $K_1 \cup K_2$  es compacto.
- d) La función  $f(x,y) = (x^2 y^2 - xy + 1)e^{x+y}$  no tiene curvas de nivel  $f(x,y) = c$  con  $c$  negativo.