

Nombre y apellidos.....

.....

DNI .....

1) [4 puntos] Determina todos los  $a, b \in \mathbb{R}$  tales que la siguiente matriz **no** sea diagonalizable sobre  $\mathbb{C}$

$$\begin{pmatrix} a+b & b \\ 2-2a-b & 2-a-b \end{pmatrix}.$$

Ayuda: El polinomio característico es  $\lambda^2 - 2\lambda + 2a - a^2$ .

2) [5 puntos] Calcula  $\exp(B)$  donde  $B = tA$  con  $t \in \mathbb{R}$  y  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . El resultado debe estar simplificado a una matriz real lo más sencilla posible.

Comentario/ayuda: En física cuántica a esto se le llama *operador de rotación*. Dependiendo de tus habilidades, quizá te sea más sencillo usar  $A^2 = -I$  en la definición de  $\exp$  en vez del método habitual.

3) [1 punto] Sea  $Q : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$  una forma cuadrática definida negativa con matriz (por supuesto simétrica)  $A = (a_{ij})_{i,j=1}^4$ . Demuestra que  $a_{22}a_{44} > (a_{24})^2$ .