Nombre y apellidos ....

....

DNI ....

---

1) Sea V el espacio vectorial formado por las matrices complejas 2×2 hermíticas ($A = \overline{A}^t$).

a) [1.5 puntos] Explica por qué se tiene

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b+ic \\ b-ic & d \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad a,b,c,d \in \mathbb{R} \right\}$$

y por qué es un espacio vectorial sobre $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ y no sobre $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

b) [1.5 puntos] Comprueba que $\langle A, B\rangle = \text{Traza}(AB)$ es una aplicación $V \times V \longrightarrow \mathbb{R}$, es decir, que toma valores reales y comprueba también que es definida positiva. Es fácil ver que es bilineal (no hace falta que lo escribas), por tanto define un producto escalar en V.

c) [3.5 puntos] Calcula

$$P_W\left(\begin{pmatrix} 2 & 3i \\ -3i & -2 \end{pmatrix} \right) \qquad \text{con } W \text{ generado por} \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

donde P_W indica la proyección ortogonal sobre W con el producto escalar antes definido.

d) [3.5 puntos] Ortogonaliza la base

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1-i \\ 1+i & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Ayuda: Los dos primeros elementos ya son ortogonales con lo cual se puede resolver en “un paso”.
