

# Juegos de estrategia

Miguel Reyes

Mayo 2007

1. Se dispone de un montón de fichas del que dos jugadores, por turno, deben retirar 1, 2 ó 3 fichas. Gana el jugador que se lleva la última ficha. Encuentra, si existe, estrategia ganadora para alguno de los jugadores en los siguientes casos:
  - a. El montón tiene inicialmente 25 fichas.
  - b. El montón tiene inicialmente 100 fichas. ¿Y si tiene  $N$  fichas?
  - c. Generaliza la estrategia para el caso en que los jugadores deben retirar un número de fichas comprendido entre 1 y  $p$ , y el montón inicial es de  $N$  fichas.
2. Considera el mismo juego anterior con la variante de que pierde el jugador que se lleva la última ficha. Contesta las mismas cuestiones allí planteadas.
3. Un juego, ya conocido en la edad media, consiste en lo siguiente: El primer jugador (A) dice un número del 1 al 6; el segundo jugador (B) piensa otro número del 1 al 6 y dice su suma con el anterior; a continuación, el jugador A piensa otro número del 1 al 6 y dice su suma con la suma anterior; y así sucesivamente, continúan interviniendo por turno. Gana el primer jugador que diga 50.
  - a. Encuentras, si existe, estrategia ganadora para alguno de los jugadores.
  - b. ¿Y si gana el primer jugador que dice 70?
  - c. Generaliza la estrategia para el caso en que los jugadores suman un número comprendido entre 1 y  $n$ , y gana el primer jugador que dice  $N$ .
4. **El juego del Drago** (Conway & Paterson): Se dibujan  $n$  puntos sobre una hoja de papel y dos jugadores se alternan dibujando una línea que une dos de los puntos existentes y añadiendo un nuevo punto sobre ella, con las siguientes restricciones:
  - La línea puede tener cualquier forma pero sin cortarse a sí misma, cruzar otra ya dibujada, ni pasar por un punto previamente dibujado.
  - De ningún punto podrán salir más de tres líneas (por tanto, de los puntos que se dibujan sobre las líneas sólo puede partir una línea más).
 Gana el último jugador que puede hacer jugada.
  - a. ¿Quién gana en una partida de drago que parte de 1 punto?
  - b. En una partida de drago que parte de 2 puntos, ¿existe estrategia ganadora para alguno de los jugadores?
  - c. ¿Puede ser indefinida una partida de drago? ¿Cuál es el número máximo de jugadas que se pueden realizar en una partida de drago que empieza con  $n$  puntos?
5. **El juego de las coles de Bruselas** (Conway): Se dibujan  $n$  cruces (puntos con cuatro enlaces/vidas) sobre una hoja de papel y dos jugadores se alternan dibujando una línea que une dos de los enlaces/vidas existentes y añadiendo una nueva cruz sobre ella (a la que sólo restarán dos enlaces), con las mismas restricciones del juego del Drago. Gana el último jugador que puede hacer jugada.
  - a. ¿Cuántas vidas hay al iniciar el juego? ¿Y después de una jugada? ¿Puede ser indefinida una partida de este juego?
  - b. Estudia si existe estrategia ganadora para alguno de los jugadores en partidas que comienzan con 1, 2 y 3 cruces.
  - c. ¿Puede ser indefinida una partida de drago? ¿Existe un número máximo o mínimo de jugadas? ¿Quién gana?