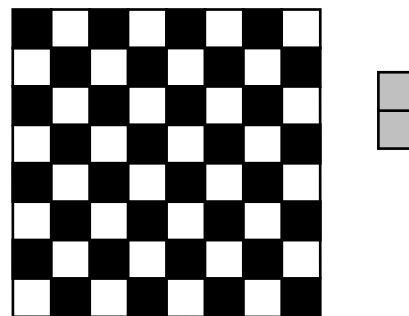
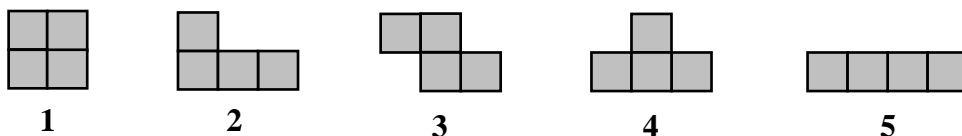


Recubrimientos de tableros

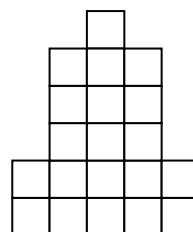
1. Se considera un clásico tablero de ajedrez 8×8 y una cantidad indefinida de fichas de dominó como la de la figura, capaces de cubrir cada una de ellas exactamente dos casillas del tablero de ajedrez. Obviamente, el tablero completo se puede recubrir con fichas de dominó, pero:



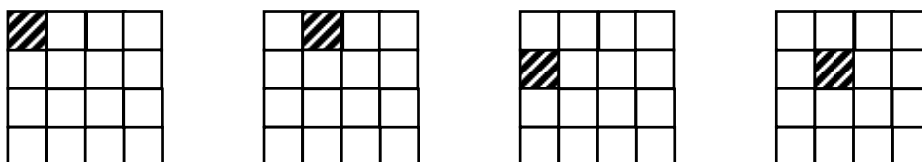
- ¿Será posible recubrirlo si se quita una casilla del tablero?
 - ¿Y si se quitan las dos casillas que ocupan las esquinas de un mismo lado?
 - ¿Y si se quitan las dos casillas que ocupan esquinas diametralmente opuestas?
 - ¿Será posible recubrir el tablero si se quitan dos casillas cualesquiera?
2. Se considera el tablero de ajedrez 8×8 y una cantidad indefinida de fichas 3×1 como las de la figura.
- ¿Será posible recubrir el tablero con estas fichas?
 - ¿Y si se quita una casilla del tablero?
3. Usando cuatro cuadrados del mismo tamaño que los del tablero de ajedrez, se pueden construir cinco fichas que sean esencialmente diferentes:



- Entre las cinco fichas suman 20 cuadrados. ¿Será posible recubrir con ellas un tablero de tamaño 5×4 ? ¿Y la figura en forma de rascacielos del margen?
 - ¿Es posible recubrir un tablero como el de ajedrez de tamaño 10×10 con fichas del mismo tipo? En caso afirmativo, ¿con qué tipos es posible?
4. Se dispone de un tablero como el de ajedrez de tamaño $2^n \times 2^n$ al que le falta una casilla, y una cantidad indefinida de fichas de dominó como la de la figura, capaces de cubrir cada una de ellas exactamente tres casillas del tablero de ajedrez. Obviamente, el tablero se puede recubrir en el caso $n=1$, pero:



- Prueba que se puede recubrir en el caso $n=2$.



- Usando que en el caso $n=2$ es posible, prueba que se puede recubrir en el caso $n=3$.