

Sistemas de numeración

Como sabes, el sistema que utilizamos para representar los números es decimal (o de base 10), lo cual quiere decir que cuando escribimos un número, como por ejemplo el 3572, nos referimos a $3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$. Pero también es posible representar los números con respecto a otras bases, por ejemplo, si usamos el 6 en vez del 10 como base del sistema de numeración, entonces el 45 se escribiría como $45 = 1 \cdot 6^2 + 1 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 113_6$ (usamos el subíndice para indicar la base). Y si alguien que usa la base 4 nos dice que tiene 23_4 años, pues se está refiriendo al número que nosotros conocemos como $2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 = 11_{10}$.

1. ¿Cuántos símbolos diferentes necesitamos para componer las cifras de cualquier número si usamos base 2? ¿Y en base n ?
2. Escribe en notación decimal los números 10101_2 , 10101_3 , 211_4 , 126_7 , 158_{11} , $2C_{16}$.
3. Y ahora a la inversa: escribe el número 100_{10} en los sistemas con base 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 15. ¿Qué tal alguno más complicado? ¿ 1000_{10} en base 7? ¿ 532_{10} en base 8?

Se pueden operar (sumar, multiplicar) números escritos en una base no decimal directamente, sin transformarlos a su forma decimal. Sólo hay que repetir los algoritmos que ya conoces para los números en base 10. Pero para eso, te hace falta conocer las nuevas tablas de sumar y de multiplicar.

4. Escribe las tablas de sumar y multiplicar para las bases 2, 3, 5. Úsalas para calcular $1100_2 + 1101_2$, $201_3 \cdot 102_3$, $43_5 \cdot 32_5$.

Algunos problemillas que tienen que ver con estos temas...

5. Un profesor ve en la pizarra la multiplicación $3 \cdot 4 = 10$. Antes de borrarla, de da cuenta de que quizá la operación es correcta, pero está escrita en otro sistema de numeración. ¿Es así?
6. ¿Existe algún sistema de numeración en el que $3 + 4 = 10$ y $3 \cdot 4 = 15$? ¿Y alguno en el que $2 + 3 = 5$ y $2 \cdot 3 = 11$?
7. ¿Podrías encontrar un método que permitiese distinguir, por sus cifras, si un número escrito en base 3 es par? ¿Y si el número está escrito en base n ?

8. Una pizarra muestra una suma medio borrada

$$\begin{array}{rcccccc}
 & 2 & 3 & ? & 5 & ? \\
 + & 1 & ? & 6 & 4 & 2 \\
 \hline
 & 4 & 2 & 4 & 2 & 3
 \end{array}$$

¿En que base está escrito y cuáles son los sumandos?

9. Un profesor nos ha dicho que en su clase hay 100 estudiantes, de los que 24 son chicos y 32 chicas. ¿Qué sistema de numeración utiliza?

Los siguientes problemas tienen que ver con divisibilidad.

10. Encontrar criterios de divisibilidad en un sistema de numeración de base n para
- (a) Una potencia n^k de la base del sistema (similar a los tests de divisibilidad por 10, 100, etc, en el sistema decimal).
 - (b) Un divisor de la base (similar a los criterios de divisibilidad por 2 o por 5).
 - (c) Una potencia de un divisor de la base del sistema (similar al criterio de divisibilidad por 4).
11. Algo más difícil. ¿Es 123456654321_7 divisible por 6? Para contestar esta pregunta, puede ser útil que encuentres un criterio de divisibilidad por $n - 1$ en base n , similar al criterio de divisibilidad por 9 en el sistema decimal.
12. Y ya que estamos, ¿qué tal encontrar los criterios de divisibilidad por
- (a) un divisor de $n - 1$? (similar al criterio de divisibilidad por 3)
 - (b) el número $n + 1$? (similar al criterio de divisibilidad por 11)
 - (c) un divisor de $n + 1$? (no hay análogo en el caso decimal).