

GRAFOS. ISOMORFISMO. CICLOS

Este año comenzamos nuestras actividades sobre grafos repasando un concepto que ya os contó Marco el curso pasado. Es una idea importante que permite sustituir unos grafos por otros: el **Isomorfismo**.

Dos grafos son isomorfos si tienen el mismo número de vértices y los vértices de cada grafo se pueden numerar de 1 hasta n de modo que dos vértices del segundo grafo están unidos por una arista si y sólo si los dos vértices del primer grafo que tienen los mismos números están unidos por una arista.

A lo mejor te parece que es una definición un poco complicada. Pero si intentas simplificarla observarás que resulta siempre escurridiza. Por ejemplo:

¿Podríamos definir grafos isomorfos como aquellos que tienen el mismo número de vértices y de aristas? Pon ejemplos.

Ya has visto que no. Pero a lo mejor somos capaces de matizar:

¿Valdría como definición de grafos isomorfos aquellos que tienen el mismo número de aristas y de vértices, coincidiendo los grados de sus vértices? Pon ejemplos.

Si esto tampoco nos vale y todavía hay que matizar más, lo mejor es aceptar la definición que hemos dado más arriba como buena.

Ejercicio 1

Indica qué grafos de la figura 1 son isomorfos.

Vamos, ahora, con otra idea sencilla. Se trata de poder empezar y terminar en el mismo vértice al recorrer un grafo o una parte de él: es lo que vamos a llamar **Ciclo**

Un ciclo es cualquier camino cerrado que no pasa por ningún vértice dos veces, excepto por el vértice del comienzo, que es también el del final.

Ejercicio 2

En la figura 1, identifica en cada apartado, distintos ciclos contenidos en cada uno de los grafos representados.

Ejercicio 3

¿Es cierto que dos grafos deben ser isomorfos si los dos

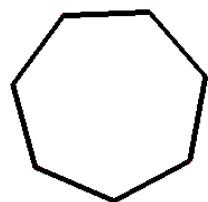
- tienen 10 vértices de grado 9 cada uno?
- tienen 8 vértices de grado 3 cada uno?
- son conexos, sin ciclos y tienen seis aristas?

Ejercicio 4

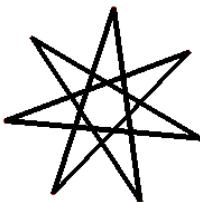
Prueba que no existe un grafo de 5 vértices con grados 4, 4, 4, 4 y 2.

Ejercicio 5

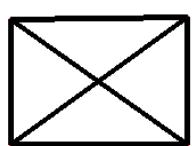
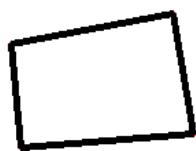
En un grafo conexo, el grado de cuatro de los vértices es 3 y el resto de vértices tienen grado 4. Demuestra que no podemos eliminar una arista de modo que el grafo se convierta en otro con dos componentes conexas isomorfas.

FIGURA 1

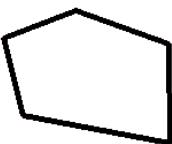
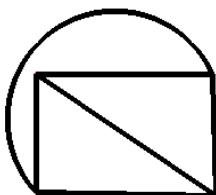
A



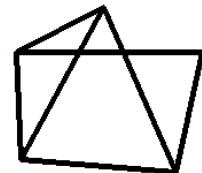
B



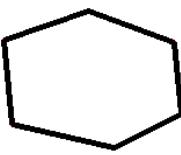
C



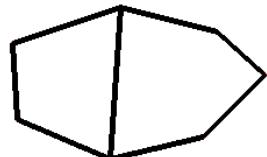
D



E



F



G