Problema de la Galería de Arte

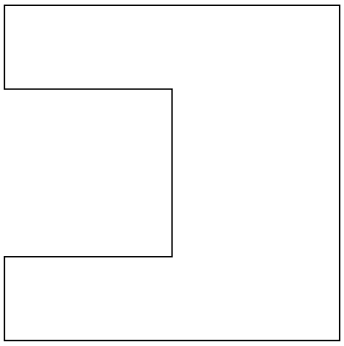
24 de Marzo de 2007

Serie Numb3rs, episodio Obsesión.

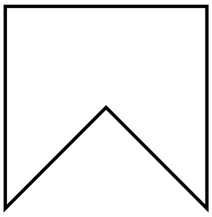
Un desconocido entra en la casa de la cantante de música pop Skylar Wyatt. De manera un tanto extraña, ninguna de las cámaras de seguridad de la casa graba la imagen del desconocido. Esto hace que Charlie, el hermano matemático del agente Don Eppes, ayude en la investigación averiguando dónde las cámaras podían ver y dónde no. Para esto usa un plano de la casa y sus conocimientos sobre el "Problema de la Galería de Arte". Dependiendo de la forma de la casa, hace falta un determinado número de cámaras para guardar su interior.

Las reglas son las siguientes: las cámaras pueden ver en todas las direcciones a la vez, pero no pueden ver a través de las paredes. Además, deben estar en las esquinas de las habitaciones.

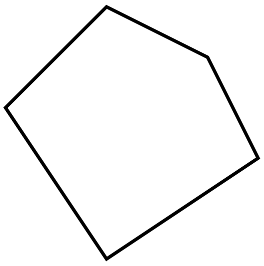
1. El agente Don Eppes nota rápidamente que, si la habitación tiene 8 esquinas, 8 cámaras cubrirán toda la estancia seguro. Pero el dueño habrá querido ahorrar. ¿Cuál es el número mínimo de cámaras que se necesita para cubrir la planta de la habitación en la que se produjo el crimen?



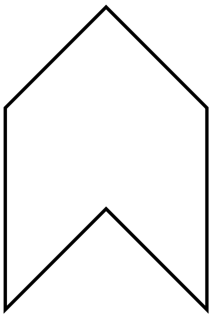
2. ¿Cuántas cámaras necesitas para las siguientes salas?



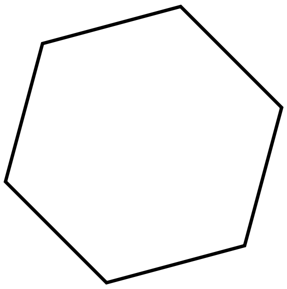
v



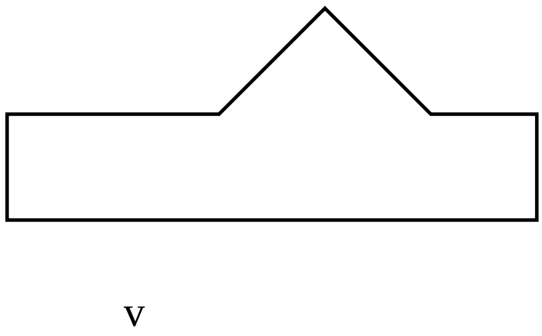
v

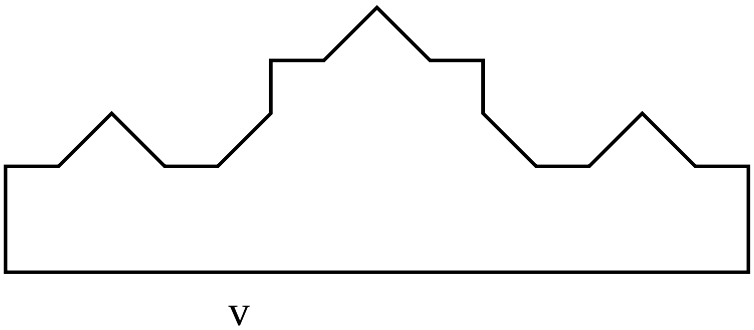


v

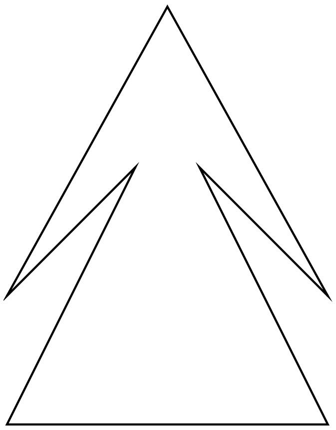


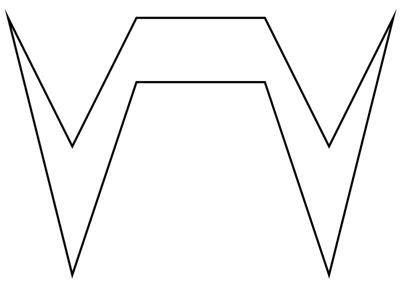
v

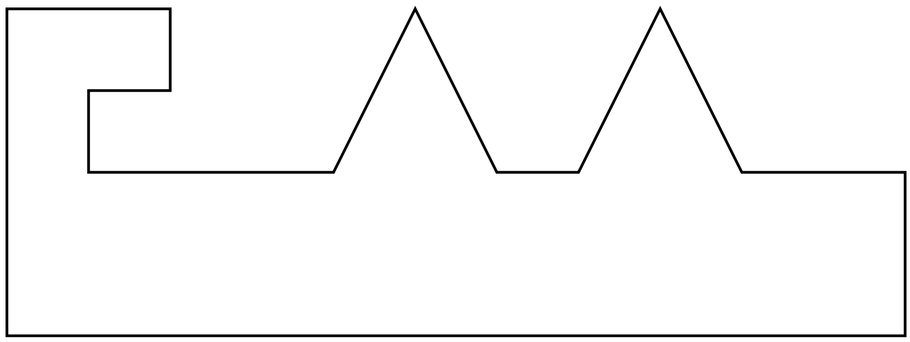




3. ¿Cuándo puedo asegurar que una sola cámara es bastante?
4. Construye otro ejemplo que necesite exactamente dos cámaras. ¿Es posible hacerlo con 3 vértices? ¿con 4? ¿5? ¿con n?
5. Halla el número mínimo de cámaras para las siguientes plantas de casa



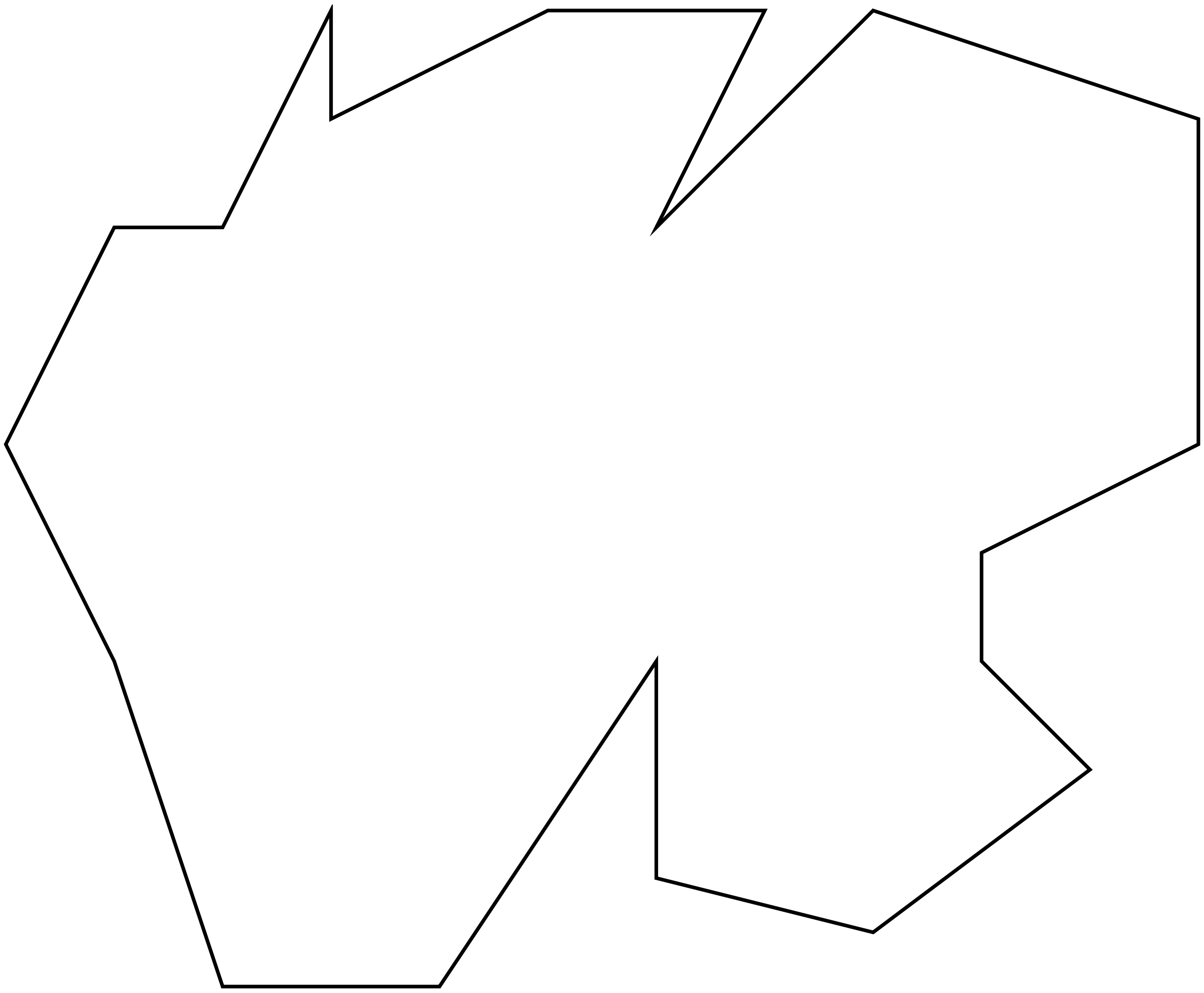




6. ¿Puedes construir un ejemplo en el que se necesiten exactamente 3 cámaras y que tenga 4 vértices? ¿5? ¿cuántos vértices necesitas como poco?
7. Con esto que hemos visto, para una sala de n vértices, ¿cuál crees que es el número mínimo de cámaras necesitado?

La respuesta al ejercicio anterior se conoce como el Teorema de la Galería de Arte. Vamos a probarlo.

1. La sala tiene forma de polígono. Cubre el suelo de la siguiente sala con losetas triangulares



2. Construimos un grafo
3. Coloreamos. ¿Cuántos colores necesitaríamos? (puedes comenzar con los ejemplos vistos antes)
4. Cualquier polígono se puede triangular

Extensiones de este problema

1. Piensa en qué otras situaciones tendríamos un problema con un tipo de solución parecida a esta

2. ¿Qué pasaría si pudiéramos poner las cámaras tanto en los vértices como en los lados de la habitación?
3. Supón que las esquinas siempre forman ángulo recto, ¿cuántas cámaras necesitarías ahora?
4. Casi todos los museos tienen columnas en medio de las salas, ¿cuántas cámaras necesitarías si permitiéramos que nuestra sala tuviera columnas (es decir, nuestro polígono tuviera agujeros)?