

¡Elecciones caóticas! (2ª parte)

Ejemplo motivador:

Érase una pandilla de 5 amigos: A, B, C, D y E. Las decisiones para elegir entre dos películas, dos destinos de vacaciones, dos... Se tomaban por mayoría. Se hablaba, eso sí, se discutía, y luego se votaba. Con buen rollo...

Pero B venía dándose cuenta de que al final la opinión de A prevalecía casi siempre que A y B, los líderes de la pandilla, discrepaban. B observó que en realidad E esperaba a ver lo que pensaba A y votaba siempre, siempre, en ese mismo sentido.

Así que en realidad no eran *cinco* personas con 1 voto cada una, sino *cuatro* personas: A con dos votos y B, C y D con 1 (C y D, gente de mente independiente, votaban según sus propias opiniones).

Para ganar A, sólo necesita convencer a C o D, pero B necesita convencer a los dos.

A tiene ventaja, eso está claro, pero ¿cuánta?

Acotamos el campo de trabajo:

- ◆ Sólo hay dos opciones de voto (Sí/No).
- ◆ Los votantes pueden no tener el mismo número de votos.
- ◆ Para que la opción "Sí" sea ganadora debe conseguir cierto número de votos. (Puede no ser la mitad más uno)

Poder de Banzhaf:

Lo que te da poder es ser imprescindible, ser decisivo en las Coaliciones:

- ◆ Si apoyamos una propuesta ganadora (votando Sí), que pierda si nosotros cambiamos de opinión y dejamos de apoyarla.
- ◆ Si estamos bloqueando una propuesta (votando NO), que gane si nosotros cambiamos de opinión y la apoyamos.

Vuelta al ejemplo:

Los 4 amigos: A (voto doble), B, C y D deciden si este fin de semana van a Sigüenza o a Nogüenza. La opción ganadora necesita al menos 3 votos: (3; 2,1,1,1)

Deciden Sigüenza

Deciden Nogüenza

A	B	C	D	Imprescindibles
S	S	S	S	
S	S	S	N	
S	S	N	S	
S	N	S	S	
S	N	N	S	
S	N	S	N	
S	S	N	N	
N	S	S	S	

1. ¿Cuántas veces es imprescindible A?
2. ¿Cuántas B, C y D?
3. ¿Cuántas veces tiene A más poder que las demás?

Deshaciendo empates:

La típica historia de que son pares... Entonces haya empate en el resultado y *sólo entonces* tiene voto doble.

Imaginemos a nuestra pandilla: A, B, C y D, A no tiene voto doble siempre, de empate.

Marcamos los empates:

A	B	C	D	resultado
S	S	S	S	
S	S	S	N	
S	S	N	S	
S	N	S	S	
S	N	N	S	
S	N	S	N	
S	S	N	N	
N	S	S	S	

A	B	C	D	Imprescindibles
N	N	N	N	
N	N	N	S	
N	N	S	N	
N	S	N	N	
N	S	S	N	
N	S	N	S	
N	N	S	S	
S	N	N	N	

cuando uno de ellos

pero ahora sólo en caso

A	B	C	D	resultado
N	N	N	N	
N	N	N	S	
N	N	S	N	
N	S	N	N	
N	S	S	N	
N	S	N	S	
N	N	S	S	
S	N	N	N	

1. Completa la tabla anotando cuál sería la decisión en cada caso (en caso de empate, A vale doble)
2. Usa la tabla ahora para contar quiénes son imprescindibles en cada situación (recuerda que, en caso de empate al irse alguno, el voto de A vale doble)
3. Cuenta cuántas veces es imprescindible A, cuántas B, C y D
4. ¿Cuál es el poder de A?
5. Compara con la situación anterior en la que el voto de A siempre valía doble. ¿??

Ejercicios:

1. Tenemos tres amigos, Antonio, Bernardo y Carlos. El voto de A vale doble, ¿cuál es el poder de Antonio? (Es necesario tener 3 votos para ganar. Es decir, (3; 2, 1,1))
2. Bernardo se enfada porque no piensa que Antonio deba tener más poder que él. Carlos le propone que, para que no haya peleas, ¿por qué no valen el voto de Antonio y el de Bernardo 5 veces más que el de Carlos? A Bernardo le parece estupendo y piensa que menudo matemático más malo es Carlos. Pero Carlos es muy buen matemático, así que ... ¿por qué propone esto? ¿cuál es ahora el poder de cada uno?
(3; 2,1,1) (6; 5,5,1)

A	B	C	Imprescindibles
N	N	N	
N	N	S	
N	S	N	
N	S	S	

A	B	C	Imprescindibles
N	N	N	
N	N	S	
N	S	N	
N	S	S	
S	N	N	
S	N	S	
S	S	N	
S	S	S	

S	N	N	
S	N	S	
S	S	N	
S	S	S	

3. En el tribunal constitucional hay 10 jueces y las decisiones se toman por mayoría simple. En caso de empate, la presidenta tiene "voto de calidad" (es decir, su voto vale doble, sólo si hay empate). Completa la tabla de abajo y decide cuál es el poder de la presidenta.

Sí	No	Presi.	Votación
10	0	Sí	
		No	
9	1		
8	2		
7	3		
6	4		
5	5		
4	6		
3	7		
2	8		
1	9		
0	10		

Sí	No	Presi.	Votación
10	0		
9	1		
8	2		
7	3		
6	4		
5	5	Sí	
		No	
4	6		
3	7		
2	8		
1	9		
0	10		

¿¿¿Tanto???

4. Sofía está planeando dónde ir a pasar las vacaciones familiares de verano. Irán sus dos padres, sus dos hermanos, ella y, en último momento, se apunta su tía. Sus dos padres quieren ir a Andorra; sus dos hermanos a Bruselas; su tía al Caribe, y ella a Dinamarca. Sofía propone repartir los votos en un (51;40,30,20,10) siendo 40 para los padres, 30 para los hermanos, 20 para ella (que por algo es la mayor), y 10 para la tía, porque sabe que podrá convencer a sus hermanos para ir a Dinamarca. Sin embargo, la tía, que de ninguna manera quiere ir a Andorra, pero que sabe que podrá convencer a sus sobrinos de ir a las playitas del Caribe, propone cambiar el sistema para que, en lugar de ganar con 51 votos, se gane con 65. ¿Deberá aceptar Sofía? ¿Quién sale ganando y quién perdiendo en cada caso?

Bibliografía:

- ◆ 'Chaotic elections!' Donald G. Saari
- ◆ 'Matemáticas de la vida cotidiana' traducido por Eugenio Hernández
- ◆ Presentación en la U. Autónoma de Madrid de Mariluz García
- ◆ 'Notas de Matemática Discreta' Pablo Fernández Gallardo y José Luis Fernández Pérez