

**Apellidos:**

**Nombre:**

**DNI:**

**Grupo: 112**

**1. (5 puntos)** La evolución de una población de gamos dividida en dos grupos de edad,  $X$  e  $Y$ , viene descrita por el siguiente sistema:

$$\begin{pmatrix} X(n) \\ Y(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 & 1 \\ 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(n-1) \\ Y(n-1) \end{pmatrix}, \quad n \geq 1.$$

Al introducir los datos en una hoja de cálculo se han obtenido los siguientes resultados:

| n | $X(n)$ | $Y(n)$ | $S(n) = X(n) + Y(n)$ | $X(n)/S(n)$ | $Y(n)/S(n)$ |
|---|--------|--------|----------------------|-------------|-------------|
| 0 | 200    | 200    | 400                  | 0,5         | 0,5         |
| 1 | 340    | 180    | 520                  | 0,645       | 0,346       |
| 2 | 418    | 210    | 628                  | 0,666       | 0,334       |
| 3 | A      | B      |                      | C           | D           |

- (a) **(1 pto.)** Explica el significado de los números 0,7 y 0,3 de la matriz de transición.
- (b) **(1 pto.)** Calcula los números que deberán aparecer en las celdas marcadas  $A, B, C$  y  $D$ .
- (c) **(2 ptos.)** Calcula la tasa de variación de cada uno de los grupos con el paso del tiempo y la distribución por grupos de edad a largo plazo.
- (d) **(1 pto.)** ¿Cuál deberá ser el porcentaje de supervivientes del grupo  $Y$  para que la tasa de crecimiento de la población a largo plazo fuera exactamente 1,1?

**2. (3 puntos)** Una ameba se mueve siguiendo la dirección en que la concentración de adenosina monofosfato (AMP) aumenta con más rapidez. La concentración de AMP en el área en la que se mueve esta ameba está dada por

$$f(x, y) = \frac{1}{2x + y^2 + 2}.$$

- (a) **(0,5 ptos.)** Calcula la concentración de AMP en el punto  $P = (1, 2)$ .
- (b) **(0,5 ptos.)** Halla, identifica y dibuja la curva de nivel de esta función de altura  $c = 1$
- (c) **(1 pto.)** Halla, identifica y dibuja la curva de nivel de esta función que pasa por el punto  $P = (1, 2)$ .
- (d) **(1 pto.)** Si la ameba se encuentra en el punto  $P = (1, 2)$ , ¿en qué dirección se moverá?

**3. (2 puntos)** La siguiente función de dos variables corresponde a la temperatura de una placa metálica:

$$f(x, y) = y^2 + 2x + x^2 - 1.$$

- a) (1 pto.) Si un insecto está situado en el punto  $(2, 1)$ , ¿qué percibirá al moverse en dirección norte, un aumento o una disminución de la temperatura? ¿y si se mueve en dirección sureste?
- b) (1 pto.) Calcular la ecuación de la recta perpendicular a su curva de nivel que pasa por el punto  $(x, y) = (1, 1)$ .