Hoja 9: Funciones de dos variables. Puntos críticos.

1.- Halla y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones.

1. $f(x,y) = x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5$.
2. $f(x,y) = xy^2 + 2x^2y - 6xy$.
3. $f(x,y) = 3y^2 + 4x^2 - 4xy + 2y + 4x$.

2.- Para guardar muestras, necesitamos cajas de cartón, como las de zapatos, pero con la tapa de plástico. Cada cm^2 de cartón cuesta un céntimo de euro y cada cm^2 de plástico cuesta tres céntimos. Las cajas deben tener un volumen de 2000 cm^3. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja más barata posible? ¿Cuánto costará fabricar esta caja?

3.- Se pretende excavar un agujero cilíndrico en el suelo para que contenga un recipiente de residuos orgánicos de $1\,m^3$ de volumen. El coste de la excavación es proporcional a $A(1+p^2)$, siendo p la profundidad y A el área (circular) excavada.

Halla los valores de r y p que dan el coste mínimo, siendo r el radio del área circular.

4.- Se desea construir una balsa para lodos con forma de paralelepípedo rectángulo y con un volumen de 1 decámetro cúbico. ¿Qué dimensiones debe tener para que la suma de la superficie lateral más la superficie del fondo (que son las que van recubiertas) sea mímima?

5.- La maquinaria recién adquirida por una fábrica de conservas para embalar sus productos permite fabricar cajas siempre que la suma de su longitud, altura y profundidad sea de exactamente 1 metro. Encuentra las dimensiones de la caja de volumen máximo que podrán fabricar.

6.- Determina y clasifica los puntos críticos de la función $f(x,y) = \dfrac{x^2-1}{y^2+1}$

7.- ¿Cómo se debe dividir un segmento de longitud L en 3 partes de modo que el producto de sus longitudes sea máximo ?