

**1.-** Identificar las curvas siguientes, indicando sus elementos principales (centro y semiejes):

- a)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$ .      b)  $2x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3 = 0$ .  
c)  $x^2 - 4x + 4y^2 = 0$ .      d)  $y^2 - 3x + 4y + 4 = 0$ .

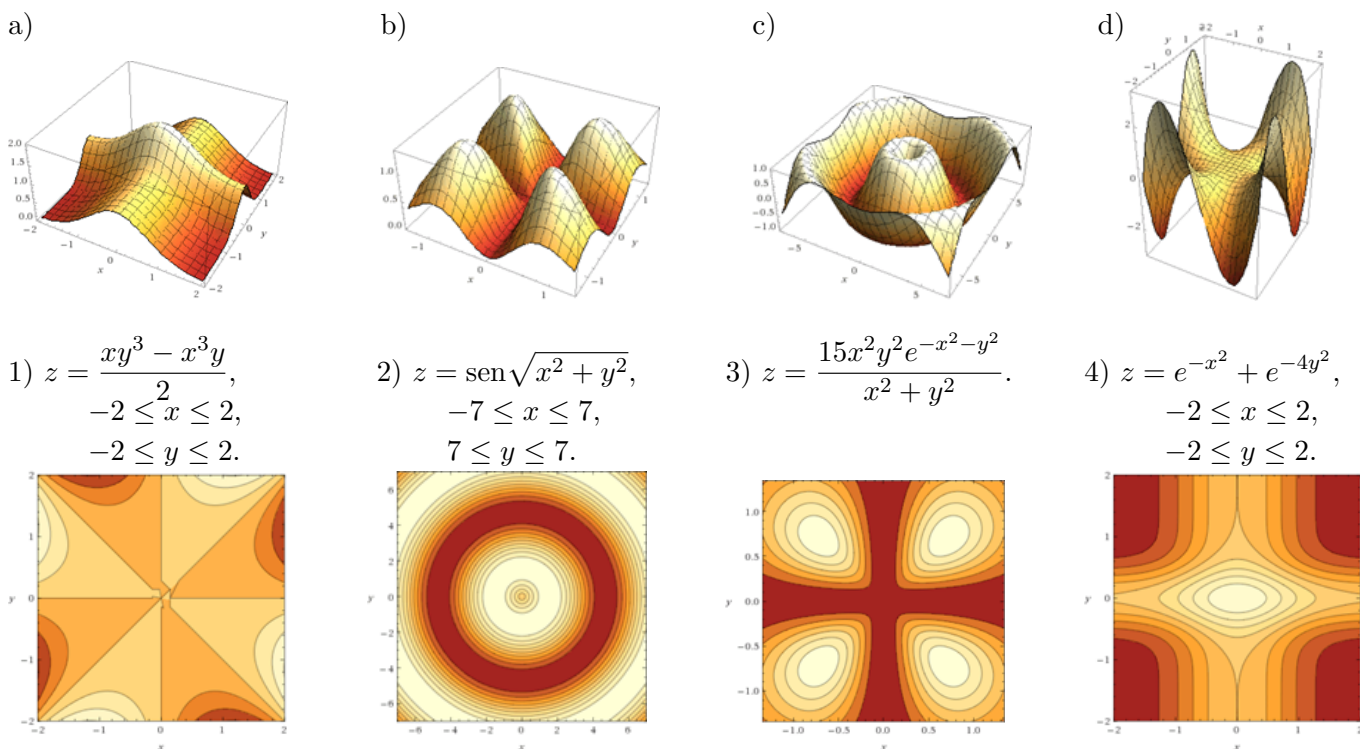
**2.-** Dibujar la gráfica de las siguientes funciones utilizando el método de las secciones.

- a)  $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ .      b)  $f(x, y) = -4x^2 - y^2 + 4$ .      c)  $f(x, y) = x^2 - 2x + 4y^2 - 1$ .  
d)  $f(x, y) = x^2 - 2y^2$ .      e)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ .      f)  $f(x, y) = \sqrt{16 - 4x^2 - y^2}$ .

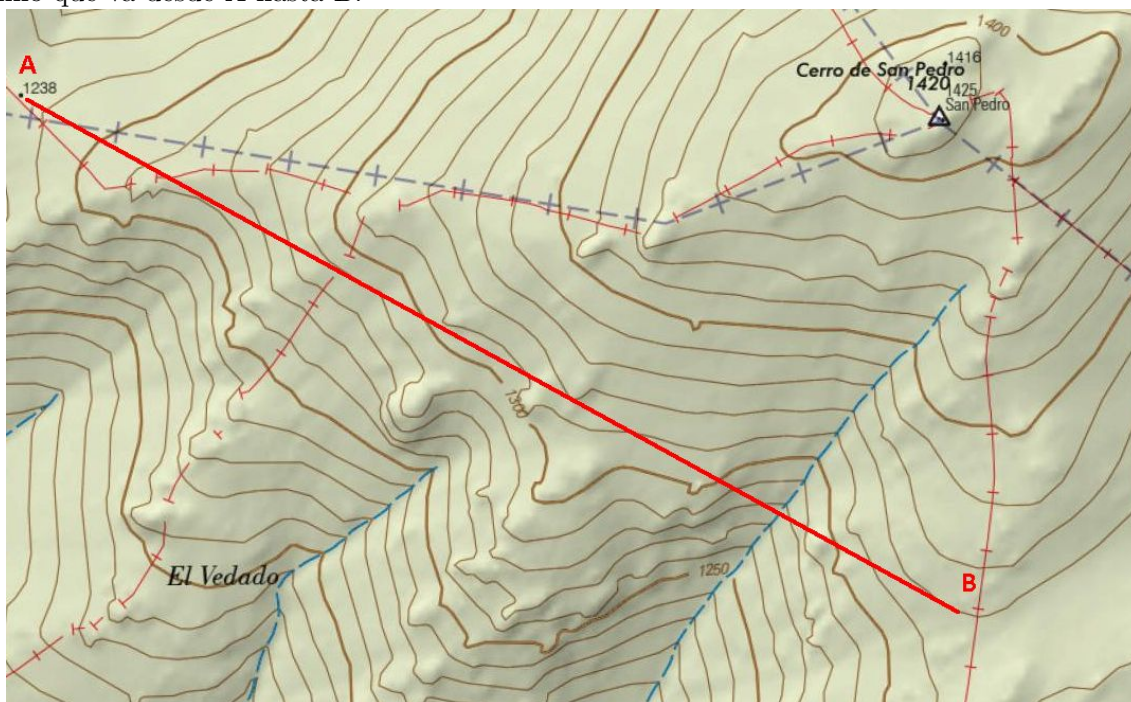
**3.-** Dibujar las curvas de nivel de las funciones dadas para los valores de  $c$  indicados:

- a)  $f(x, y) = x^2 + 3(y + 2)^2$ ,  $c = 1, 3, 5$ .  
b)  $f(x, y) = -x^2 + 2x - y^2 + 2y + 2$ ,  $c = -2, -1, 0, 1, 2$ .  
c)  $f(x, y) = -x^2 + y^2 - 4y + 4$ ,  $c = -4, -2, 0, 2, 4$ .  
d)  $f(x, y) = x + y - 1$ ,  $c = -2, -1, 0, 1, 2$ .

**4.-** (Tomado de E. Swokowski, Calculus, 5 Edition, PWS-KENT Publishing Company, 1991; Ejercicios 29 – 34, páginas 802 – 803) Asociar cada una de las siguientes superficies con una de las curvas de nivel indicadas:



5.- A partir del siguiente mapa topográfico del Instituto Geográfico Nacional dibujar el perfil aproximado del camino que va desde A hasta B.



6.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicio 75, página 1115) **Ley de los gases ideales.** La ley de los gases ideales establece que  $PV = kT$ , siendo  $P$  la presión,  $V$  el volumen,  $T$  la temperatura y  $k$  una constante de proporcionalidad. Un depósito contiene  $2400 \text{ cm}^3$  de nitrógeno a una presión de  $10 \text{ Kg/cm}^2$  y a una temperatura de 300 grados Kelvin.

a) Determinar  $k$ .

b) Describir las curvas de nivel de  $T$  para temperaturas de 240, 270 y 300 grados Kelvin.

7.- Calcula las derivadas parciales de las siguientes funciones:

a)  $f(x, y) = x^2 - y$ .      b)  $f(x, y) = 3x^2 - xy + y$ .      c)  $f(x, y) = x^2 e^{-y}$ .      d)  $f(x, y, z) = xy + yz + zx$ .

8.- Si nos encontramos en el punto  $(-1, -1)$  de un lugar cuyo perfil viene dado por  $f(x, y) = x^2 e^y + xy$  y miramos en la dirección del eje  $x$  positivo: ¿vemos una cuesta hacia arriba o hacia abajo? ¿Y si miramos en la dirección del eje  $y$  negativo? De todas las direcciones (360 grados) en las que podemos mirar a nuestro alrededor, ¿en cuál de ellas se divisa una cuesta abajo más pronunciada cerca de nosotros?

9.- Un insecto se encuentra en un entorno tóxico. El nivel de toxicidad viene dado por  $T(x, y) = 2x^2 - 4y^2$ . El insecto se encuentra en el punto  $(-1, 2)$ . Calcular la dirección en la que se tiene que mover este insecto para disminuir al máximo la toxicidad.

10.- En cada uno de los casos siguientes, calcula la derivada direccional de  $f(x, y)$  en el punto  $P = (-1, 2)$  en la dirección  $(-1, 1)$  y esboza la curva de nivel que pasa por el punto  $P = (-1, 2)$ . Comprueba que el gradiente de  $f(x, y)$  en el punto  $P = (-1, 2)$  es perpendicular a la curva de nivel.

a)  $f(x, y) = x^2 - y$ .      b)  $f(x, y) = 3x^2 - xy + y$ .      c)  $f(x, y) = x^2 e^{-y}$ .      d)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$ .

11.- En cada uno de los siguientes ejercicios escribe la ecuación del plano tangente a la gráfica en el punto indicado:

a)  $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$  en el punto  $(1, 0, e)$ .      b)  $f(x, y) = \cos(xy)$  en el punto  $(1, 0, 1)$ .