

1.- Identificar las curvas siguientes, indicando sus elementos principales (centro y semiejes):

- a) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0.$ b) $2x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3 = 0.$
 c) $x^2 - 4x + 4y^2 = 0.$ d) $y^2 - 3x + 4y + 4 = 0.$

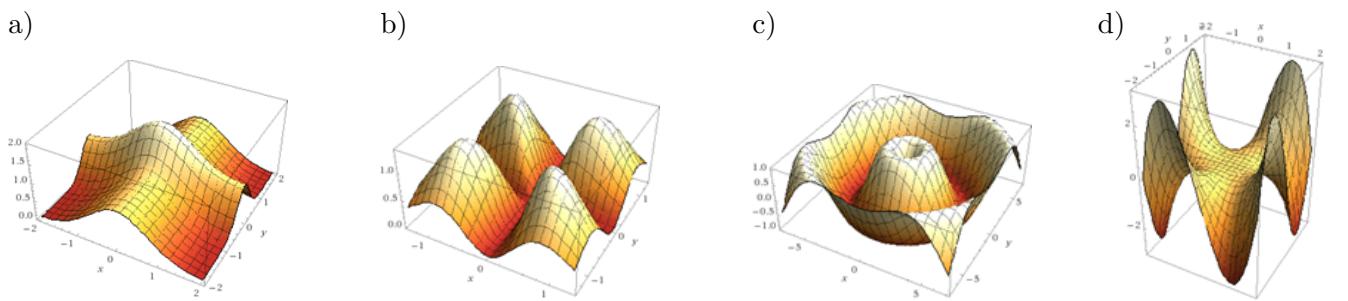
2.- Dibujar la gráfica de las siguientes funciones utilizando el método de las secciones.

- a) $f(x, y) = x^2 + 2y^2.$ b) $f(x, y) = -4x^2 - y^2 + 4.$ c) $f(x, y) = x^2 - 2x + 4y^2 - 1.$
 d) $f(x, y) = x^2 - 2y^2.$ e) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$ f) $f(x, y) = \sqrt{16 - 4x^2 - y^2}.$

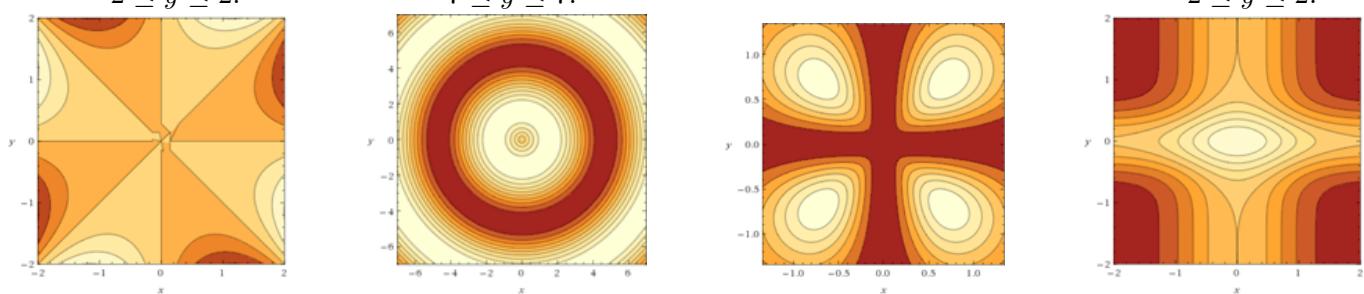
3.- Dibujar las curvas de nivel de las funciones dadas para los valores de c indicados:

- a) $f(x, y) = x^2 + 3(y + 2)^2,$ $c = 1, 3, 5.$
 b) $f(x, y) = -x^2 + 2x - y^2 + 2y + 2,$ $c = -2, -1, 0, 1, 2.$
 c) $f(x, y) = -x^2 + y^2 - 4y + 4,$ $c = -4, -2, 0, 2, 4.$
 d) $f(x, y) = x + y - 1,$ $c = -2, -1, 0, 1, 2.$

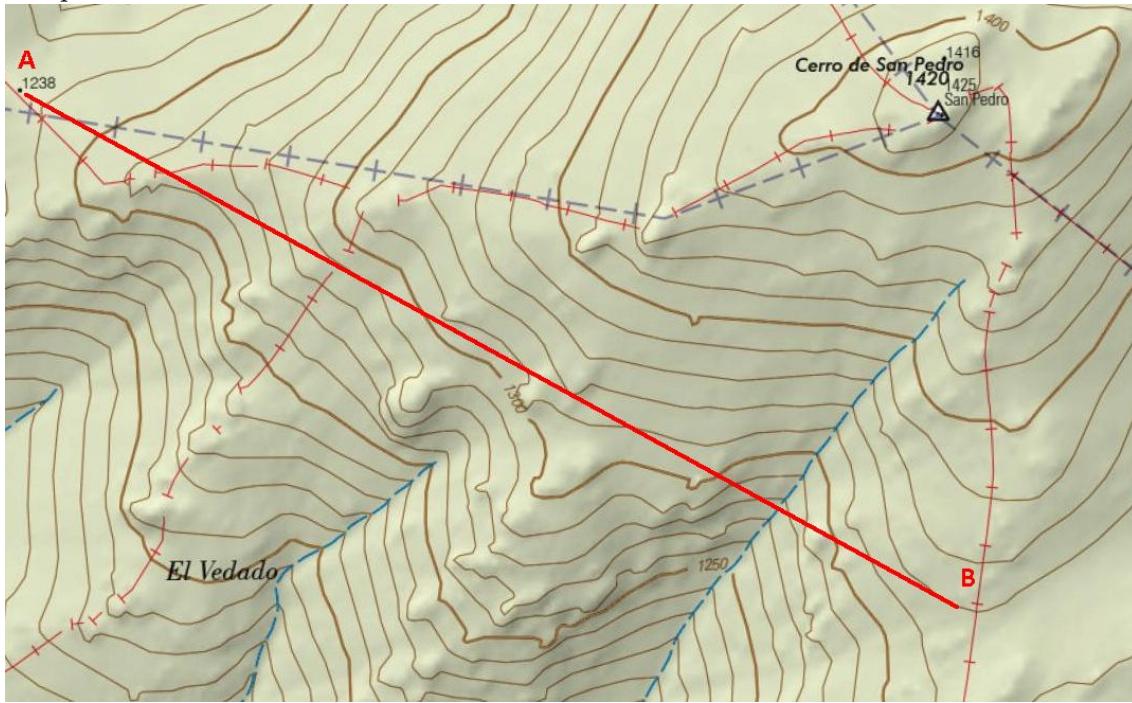
4.- (Tomado de E. Swokowski, Calculus, 5 Edition, PWS-KENT Publishing Company, 1991; Ejercicios 29 – 34, páginas 802 – 803) Asociar cada una de las siguientes superficies con una de las curvas de nivel indicadas:



- 1) $z = \frac{xy^3 - x^3y}{2},$
 $-2 \leq x \leq 2,$
 $-2 \leq y \leq 2.$
- 2) $z = \operatorname{sen} \sqrt{x^2 + y^2},$
 $-7 \leq x \leq 7,$
 $7 \leq y \leq 7.$
- 3) $z = \frac{15x^2y^2e^{-x^2-y^2}}{x^2 + y^2}.$
- 4) $z = e^{-x^2} + e^{-4y^2},$
 $-2 \leq x \leq 2,$
 $-2 \leq y \leq 2.$



5.- A partir del siguiente mapa topográfico del Instituto Geográfico Nacional dibujar el perfil aproximado del camino que va desde A hasta B.



6.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicio 75, página 1115) **Ley de los gases ideales.** La ley de los gases ideales establece que $PV = kT$, siendo P la presión, V el volumen, T la temperatura y k una constante de proporcionalidad. Un depósito contiene 2400 cm^3 de nitrógeno a una presión de 10 Kg/cm^2 y a una temperatura de 300 grados Kelvin.

- Determinar k .
- Describir las curvas de nivel de T para temperaturas de 240, 270 y 300 grados Kelvin.

7.- Calcula las derivadas parciales de las siguientes funciones:

- $f(x, y) = x^2 - y$.
- $f(x, y) = 3x^2 - xy + y$.
- $f(x, y) = x^2e^{-y}$.
- $f(x, y, z) = xy + yz + zx$.

8.- Si nos encontramos en el punto $(-1, -1)$ de un lugar cuyo perfil viene dado por $f(x, y) = x^2e^y + xy$ y miramos en la dirección del eje x positivo: ¿vemos una cuesta hacia arriba o hacia abajo? ¿Y si miramos en la dirección del eje y negativo? De todas las direcciones (360 grados) en las que podemos mirar a nuestro alrededor, ¿en cuál de ellas se divisa una cuesta abajo más pronunciada cerca de nosotros?

9.- Un insecto se encuentra en un entorno tóxico. El nivel de toxicidad viene dado por $T(x, y) = 2x^2 - 4y^2$. El insecto se encuentra en el punto $(-1, 2)$. Calcular la dirección en la que se tiene que mover este insecto para disminuir al máximo la toxicidad.

10.- En cada uno de los casos siguientes, calcula las derivadas direccional de $f(x, y)$ en el punto $P = (-1, 2)$ en la dirección $(-1, 1)$ y esboza la curva de nivel que pasa por el punto $P = (-1, 2)$. Comprueba que el gradiente de $f(x, y)$ en el punto $P = (-1, 2)$ es perpendicular a la curva de nivel.

- $f(x, y) = x^2 - y$.
- $f(x, y) = 3x^2 - xy + y$.
- $f(x, y) = x^2e^{-y}$.
- $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$.

11.- En cada uno de los siguientes ejercicios escribe la ecuación del plano tangente a la gráfica en el punto indicado:

- $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ en el punto $(1, 0, e)$.
- $f(x, y) = \cos(xy)$ en el punto $(1, 0, 1)$.