Segundo Examen Intermedio

Viernes, 19 de abril de 2024

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE: ______________

DNI: ______________________ GRUPO: ______________

El símbolo $\mathcal{C}$ denota la base canónica de $\mathbb{R}^n$.

Problema 1. (2 puntos) En $\mathbb{R}^3$ con el producto escalar usual, identificar la aplicación ortogonal $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por:

$$A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & 0 & -4/5 \\ 0 & -1 & 0 \\ -4/5 & 0 & -3/5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z' \end{pmatrix},$$

indicando sus elementos geométricos.

Problema 2. (3 puntos) Considerar en $\mathbb{A}^6$ la variedad lineal $L_1 = p + V_1$ donde $p = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ y

$$V_1 = \mathcal{L}\{\vec{u_1} = (-1, 1, 0, -1, 1, 0)_{\mathcal{C}}, \vec{u_2} = (-1, 0, 1, -1, 0, 1)_{\mathcal{C}}\}.$$

(a) (1,5 puntos) Hallar las ecuaciones implícitas de la variedad lineal L_1.

(b) (1,5 puntos) Hallar las ecuaciones de la proyección afín sobre L_1 en la dirección del subespacio vectorial de $\mathbb{R}^6$ cuyas ecuaciones con respecto a la base $\mathcal{C}$ son $x_5 = 0, x_6 = 0$.

Problema 3. (3 puntos) En el espacio afín $\mathbb{A}^3$ considerar los puntos

$$A = (1, 1, 1), \qquad B = (0, 1, 2), \qquad C = (1, 2, 0), \qquad D = (0,0,1),$$

dados por sus coordenadas cartesianas respecto a un sistema de referencia $\mathcal{R}_c = \{O; \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$.

(a) (1,5 puntos) Probar que $\mathcal{R}_b = \{A, B, C, D\}$ es un sistema de referencia baricéntrico de $\mathbb{A}^3$ y hallar las coordenadas baricéntricas del punto $O = (0, 0, 0)_{\mathcal{R}_c}$ respecto a $\mathcal{R}_b$.

(b) (1,5 puntos) Las coordenadas baricéntricas de un punto X respecto a $\mathcal{R}_b$ son $(1, -1, 1, 0)$. Hallar las coordenadas cartesianas de X respecto a $\mathcal{R}_c = \{O; \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$.

Problema 4. (2 puntos) Considerar el espacio afín euclídeo $\mathbb{A}^4$ con el producto escalar dado por

$$\phi(\vec{x}, \vec{y}) = 2x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4,$$

donde $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)_{\mathcal{C}}$ e $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4)_{\mathcal{C}}$. Hallar la distancia del punto $p = (0, 0, 0, 1)$ al hiperplano L_1 cuya ecuación es $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$.

TIEMPO: 1 HORA Y 30 MINUTOS.