

Cónicas

1. Calcula la ecuación, el centro y el radio de la circunferencia del plano pasa por los puntos $(1, 3)$ y $(3, 5)$ y tiene el centro sobre la recta $x + 2y = 3$.
2. Encuentra las ecuaciones de las parábolas de focos $(1, a)$ y vértices (a, a) donde $a \in \mathbb{R}, a > 1$. Demuestra que sólo hay un valor de a para el cual la parábola correspondiente pasa por el origen.
3. Encuentra las ecuaciones de las elipses de focos $(0, \mu)$ y $(-\mu, 2)$ y semieje mayor $\sqrt{2}$, donde $\mu \in \mathbb{R}$. Demuestra que existen dos elipses de la familia que pasan por el origen.
4. Halla la ecuación de la hipérbola que tiene un foco en el punto $(2, -1)$ y sus asíntotas son las rectas $x = 0$ y $3x - 4y = 0$.
5. Clasifica (y da las ecuaciones del movimiento de \mathbb{R}^2 que las llevan a su forma canónica) las siguientes cónicas:
 - a) $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 6y + 1 = 0$.
 - b) $2x - 2x^2 + y^2 + 4xy - 1 = 0$.
 - c) $x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 3 = 0$.
6. Clasifica las cónicas de ecuación

$$\alpha x^2 + 2\beta xy + \alpha y^2 + (\alpha + \beta)(x + y) + 1 = 0$$

para los distintos valores de los parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

7. En el sistema de referencia ortonormal usual, considera la cónica de ecuación

$$x^2 - 2xy + y^2 + x + y = 0.$$

- a) Determina el tipo de cónica y decide si es degenerada o no.
 - b) Encuentra un sistema de referencia ortonormal respecto al que la ecuación de la cónica sea canónica.
 - c) Determina su centro y sus ejes si es una elipse o una hipérbola o su vértice y sus ejes si es una parábola.
8. Clasifica la cónica de ecuación $x^2 - xy + y^2 - 3x - 2 = 0$. Determina su centro y sus ejes si es una elipse o una hipérbola o su vértice y sus ejes si es una parábola, respecto al sistema de referencia usual.
 9. Consideremos el plano afín $A^2(\mathbb{R})$ con el sistema de referencia habitual. Clasifica la cónica de ecuación

$$x^2 + y^2 + 4xy + 2x + 2/3 = 0$$

y *describe* sus elementos geométricos principales (centro y ejes si es una elipse o una hipérbola, vértice, eje principal y directriz si es una parábola) siempre con respecto al sistema de referencia usual.

10. Dado el cono \mathcal{C} de ecuación $6x^2 + y^2 = z^2$ y el plano π de ecuación $y = 2z + 3$, calcula la ecuación de la cónica que se obtiene al intersecar \mathcal{C} con π .