Segundo Examen Intermedio

Viernes, 21 de abril de 2023

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE: ______________

DNI: ______________________ GRUPO: ______________

Problema 1. (2 puntos) En $\mathbb{R}^3$ con el producto escalar usual, identifica la aplicación ortogonal $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por

$$A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3/5 & 4/5 \\ 0 & -4/5 & 3/5 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

indicando sus elementos geométricos.

Problema 2. (2 puntos) Sea $\mathcal{R}_c$ una referencia cartesiana en $\mathbb{R}^4$. Halla unas ecuaciones implícitas (respecto a $\mathcal{R}_c$) para el subespacio afín de $\mathbb{R}^4$ generado por los puntos:

$$P_0 = (2,0,1,1), \qquad P_1 = (1,2,2,0), \qquad P_2 = (2,1,2,0), \qquad P_3 = (2,-1,0,2).$$

Problema 3. (2 puntos) Sean $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ dos números reales. Considera los puntos de $\mathbb{R}^3$ dados por:

$$A = (0,0,2\alpha), \qquad A' = (0,\alpha,0), \qquad B = (2\beta,0,0), \qquad B' = (0,\beta,0).$$

Sea L_1 la recta generada por A y A' y sea L_2 la recta generada por B y B'. Calcula qué condiciones deben cumplir α y β para que L_1 y L_2 se corten, y en esos casos calcula el punto de corte.

Problema 4. (2 puntos) Considera los siguientes puntos en $\mathbb{R}^3$ dados con respecto a un sistema de referencia cartesiano $\mathcal{R}_c$:

$$A = (1,1,0), \qquad B = (-1,0,1), \qquad C = (2,0,0), \qquad D = (0,1,0).$$

(a) Prueba que $\mathcal{R}_b = \{A,B,C,D\}$ es un sistema de referencia baricéntrico en $\mathbb{R}^3$.

(b) Halla las coordenadas baricéntricas del punto $X = (0,0,1)_{\mathcal{R}_c}$ respecto al sistema de referencia baricéntrico $\mathcal{R}_b$.

Problema 5. (2 puntos) En $\mathbb{R}^4$ sea $A = (1,0,-1,0)$ un punto y considera los vectores

$$\vec{u}_1 = (1,0,0,0), \qquad \vec{u}_2 = (0,0,0,1), \qquad \vec{v}_1 = (1,-1,1,-1), \qquad \vec{v}_2 = (0,1,0,1).$$

Sean $V_1 = \mathcal{L}\{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ y $V_2 = \mathcal{L}\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ dos subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$. Halla las ecuaciones de la proyección afín sobre $L_1 = A + V_1$ en la dirección de V_2.

TIEMPO: 2 HORAS.