

## APLICACIONES ORTOGONALES EN $\mathbb{R}^N$

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, f(x) = Ax, AA^t = A^tA = I$$

## APLICACIONES ORTOGONALES EN $\mathbb{R}^2$

<b>MATRIZ SIMÉTRICA : <math>A = A^T</math></b>				
Autovalores	En una base ortonormal $B = \{u_1, u_2\}$ adecuada	Traza (A)	Tipo de aplicación ortogonal	Elementos principales
1, 1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2	Identidad	
1, -1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	0	Simetría o reflexión respecto a $\langle u_1 \rangle$	El eje de simetría es el autoespacio de autovalor 1
-1, -1	$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	-2	Simetría respecto al origen o giro de $180^\circ$	

<b>MATRIZ NO SIMÉTRICA</b>				
	$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$ $\alpha \neq 0, \alpha \neq \pi$	$2 \cos \alpha$	Giro o rotación de ángulo $\alpha$	Ángulo de giro $\alpha$ en sentido positivo

## APLICACIONES ORTOGONALES EN $\mathbb{R}^3$

MATRIZ SIMÉTRICA : $A = A^T$				
Autovalores	En una base ortonormal $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ adecuada	Traza (A)	Tipo de aplicación ortogonal	Elementos principales
1, 1, 1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	3	Identidad	
1, 1, -1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	1	Simetría o reflexión respecto a $\langle u_1, u_2 \rangle$	El plano de simetría es el autoespacio de autovalor 1
1, -1, -1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	-1	Simetría o reflexión respecto a $\langle u_1 \rangle$ o giro de 180°	El eje de simetría es el autoespacio de autovalor 1
-1, -1, -1	$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	-3	Simetría con respecto al origen	

MATRIZ NO SIMÉTRICA				
	En una base ortonormal $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ adecuada y orientada	Traza (A)	Tipo de aplicación ortogonal	Elementos principales
$ A  = 1$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ 0 & \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$ $\alpha \neq 0, \alpha \neq \pi$	$1 + 2 \cos \alpha$ ( $\operatorname{sen} \alpha = \langle Au_2, u_3 \rangle$ )	Rotación o giro respecto a $\langle u_1 \rangle$	El eje de giro es el autoespacio de autovalor 1
$ A  = -1$	$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ 0 & \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$ $\alpha \neq 0, \alpha \neq \pi$	$-1 + 2 \cos \alpha$ ( $\operatorname{sen} \alpha = \langle Au_2, u_3 \rangle$ )	Antirrotación de eje $\langle u_1 \rangle$	El eje de giro es el autoespacio de autovalor -1. El plano de simetría es perpendicular al eje de giro