
El problema de la semana

(Para entregar antes de las 23:59 del día 06-10-2020)

INSTRUCCIONES: Entrega el problema 1 si al dividir tu NIA entre 3 queda resto 1. Entrega el problema 2 si al dividir tu NIA entre 3 queda resto 2. Entrega el problema 3 si tu NIA es un múltiplo de 3. Indica al comienzo de la solución del problema el número del problema y tu NIA.

1. Calcula la aplicación adjunta de:

a) $h(x, y, z) = (x + y + z, x + 2y + 2z, x + 2y + 3z)$, con el producto escalar usual de \mathbb{R}^3 .

b) $h(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 + 2x_2)$ con el producto escalar de \mathbb{R}^2 dado por

$$\phi((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 + (x_1 + x_2)(y_1 + y_2)$$

2. Considerando el producto escalar usual en \mathbb{R}^3 estudia si la aplicación A es autoadjunta cuando su matriz asociada en la base $\mathcal{B} = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (1, 2, 0)\}$ es

$$\begin{pmatrix} -4 & -5 & -6 \\ 4 & 2 & 7 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Diagonalizar en una base ortonormal cada una de las siguientes aplicaciones demostrando en primer lugar que son autoadjuntas:

a) $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $A(x, y) = (2x + y, 2y + x)$.

b) $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $A(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y)$.
