Máster de Formación de profesorado de Secundaria Obligatoria y Bachillerato.

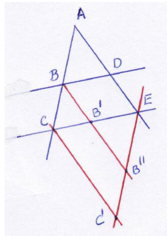
Curso 2017-2018

COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICAS PARA LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

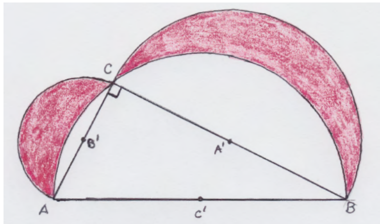
HOJA 5 DE EJERCICIOS: Geometría 1.

(Para entregar el 23 de febrero de 2018.)

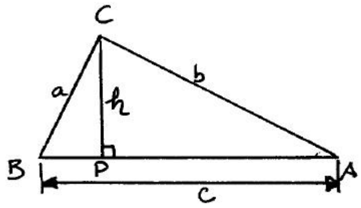
1. Usar la figura de la derecha y el teorema de Thales demostrado en clase para probar que se cumple
$$\frac{\overline{BD}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$



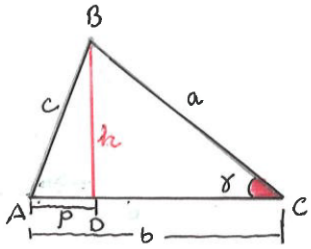
2. En un triángulo rectángulo ABC, con ángulo recto en C, trazar las semicircunferencias de centros el punto medio de cada lado y cuyo diámetro es el lado correspondiente. Demostrar que la suma de las áreas de las lúnulas que se forman (las zonas coloreadas de la figura) es igual al área del triángulo ABC. (Sugerencia: usar el Teorema de Pitágoras.)



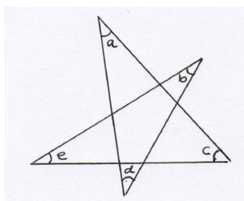
3. Prueba el "teorema de Pitágoras inverso": si a y b son las longitudes de los catetos y h la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, se tiene
$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}\,.$$



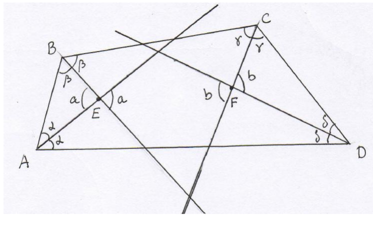
4. (1,5 puntos) Demostrar el Teorema del coseno: en cualquier triángulo ABC como en la figura, se cumple
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma.$$
(Sugerencia: Aplicar el Teorema de Pitágoras a los triángulos rectángulos ABD y BCD.)



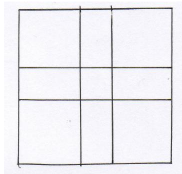
5. Hallar la suma de los ángulos interiores de una estrella de cinco puntas usando un argumento visual similar al de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.



6. Considerar un cuadrilátero convexo en el que las bisectrices de sus cuatro ángulos forman un nuevo cuadrilátero. Demostrar que este nuevo cuadrilátero la suma de los ángulos interiores de vértices opuestos es 180º (en la figura $a + b = 180^{o}$)



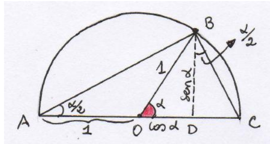
7. (1,5 puntos) Utiliza la figura de la derecha para demostrar visualmente la fórmula



$$F_{n+1}^2 = 4F_{n-1}^2 + 4F_{n-1}F_{n-2} + F_{n-2}^2$$

donde los F_n son los números de la sucesión de Fibonacci.

8. Usar la figura de la derecha para mostrar las fórmulas del seno y del coseno del ángulo mitad:



$$\cos^2(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1+\cos\alpha}{2}, \qquad \operatorname{sen}^2(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1-\cos\alpha}{2}.$$

9. Usar la figura de la derecha para demostrar que la media geométrica $M_G = \sqrt{ab}$ de dos números $a, b > 0$ no supera a su media aritmética $M_A = \frac{a+b}{2}$.