

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	TOTAL
□	□	□	□	□
20 puntos	30 puntos	30 puntos	20 puntos	100

◇◇◇◇◇ Razonar debidamente las respuestas ◇◇◇◇◇

1. Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta.

- a) Los puntos $A = (1, 1, 1, 1)$, $B = (1, 1, 1, 2)$, $C = (2, 1, 1, 1)$ y $D = (1, 2, 1, 1)$ son afinmente independientes en el espacio afín \mathbb{A}^4 .
- b) Sean $L_1 = \{x_1 + x_3 = 2, x_2 = 0\}$ y $L_2 = \{x_2 + x_4 = 1, x_3 + x_4 = 1\}$ dos planos en el espacio afín $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$. Se tiene $d(L_1, L_2) = 0$.
- c) Dados los planos $L_1 = \{x_1 = 0, x_2 = 0\}$ y $L_2 = \{x_2 = 1, x_3 = 1\}$ en el espacio afín $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$, existe un **único** punto $p \in L_1$ tal que $d(L_1, L_2) = d(p, L_2)$.
- d) Una forma normal de la forma cuadrática $4xy - 2xz + 2yz + 4z^2$ es $-X^2 + Y^2 + Z^2$.

2. Dados los planos π_1 y π_2 de ecuaciones $\pi_1 : x + y = 1$ y $\pi_2 : x + y = 4$ en $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, sea $f = s_1 \circ s_2$, donde s_i denota simetría con respecto al plano π_i , $i = 1, 2$.

- a) Calcula las expresiones analíticas de s_1 y s_2 con respecto al sistema de referencia canónico de $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$.
- b) Calcula la expresión analítica de f con respecto al sistema de referencia canónico de $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$.
- c) Clasificar f junto con los elementos geométricos que lo caracterizan.

3. Considera las variedades lineales del espacio afín $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$ dadas por

$$L_1 = (-1, 0, 1, 0) + \mathcal{L}((0, 2, 1, 0)) \quad , \quad L_2 = (4, 1, 0, 0) + \mathcal{L}(\{(-1, 1, 1, 1), (1, 1, 0, -1)\})$$

- a) Halla unas ecuaciones implícitas de L_1 .
- b) Estudia la posición relativa de estas dos variedades lineales.
- c) Determina la variedad lineal suma (afín) de L_1 y L_2 indicando sus vectores directores.

4. En $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ con la estructura afín euclídea y con un sistema de referencia $\mathcal{R} = \{O; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ considera el sistema de referencia $\mathcal{R}' = \{P; \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$, donde $P = (1, -1, 1)_{\mathcal{R}}$, $\vec{u}_1 = \vec{e}_3$, $\vec{u}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$, $\vec{u}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$.

- a) Halla las coordenadas de $Q = (1, 0, 2)_{\mathcal{R}}$ con respecto a \mathcal{R}' .
- b) La ecuación implícita de una variedad L con respecto al sistema de referencia \mathcal{R} es $x + 2y - z = 3$. Halla una ecuación implícita de L con respecto al sistema de referencia \mathcal{R}' .