Estalmat Madrid
Eugenio Hernández

Alfombras de cuadrados

Actividad 9.

1. Comienza con un cuadrado de lado 1 representado en una cuadrícula de 27x27 cuadraditos.
2. Divide el cuadrado en 9 cuadrados iguales y colorea todos ellos excepto los cuatro cuadrados de las esquinas.
3. Con cada uno de los cuatro cuadrados de las esquinas realiza de nuevo el paso anterior.
4. Continua de esta manera para los pasos siguientes.
5. ¿Qué cantidad de área se habrá coloreado después de 4 pasos? ¿Y después de n pasos? ¿Se llegará a pintar casi todo el cuadrado?

Actividad 10.

1. Comienza con un cuadrado de lado 1 representado en una cuadrícula de 27x27 cuadraditos.
2. Divide el cuadrado en 9 cuadrados iguales y colorea el del centro.
3. Con cada uno de los 8 cuadrados restantes realiza de nuevo el paso anterior.
4. Continua de esta manera para los pasos siguientes.
5. ¿Qué cantidad de área se habrá coloreado después de 4 pasos? ¿Y después de n pasos? ¿Se llegará a pintar casi todo el cuadrado?

¿Cómo podemos saber si el número combinatorio C(n,k) es par o impar sin calcularlo? Recuerda que

$$C(n,k) = n! / k!\,(n-k)!$$

Se puede hacer escribiendo los números en base 2.

Actividad 11. ¿Qué número en base decimal es el 10011 que está escrito en base 2?

Actividad 12. Escribe en base 2 los números siguientes dados en base decimal:

a) 231 b) 132 c) 49

Actividad 13. Rellena la siguiente tabla que se refiere a los números del Triángulo de Pascal de la fila 6

k	0	1	2	3	4	5	6
Escribe 6 en base 2							
Escribe k en base 2							
Fila 6 del Triángulo de Pascal							
Par o impar							

Actividad 14. Rellena la siguiente tabla que se refiere a los números del Triángulo de Pascal de la fila 7

k	0	1	2	3	4	5	6	7
Escribe 7 en base 2								
Escribe k en base 2								
Fila 7 del Triángulo de Pascal								
Par o impar								

Resultado de Edouard Lucas (1850): Sea n = $a_m\ a_{m-1}\ \ldots\ldots\ a_1\ a_0$ la representación binaria de n con a_m distinto de cero y k = $b_m\ b_{m-1}\ \ldots\ldots\ b_1\ b_0$ la representación binaria de k completada con ceros a la izquierda para que tenga la misma longitud binaria que n. El número combinatoria C(n,k) es par si al menos un par $(a_l\,,\, b_l)$, l=0,1,2, …, m es de la forma (0,1). En caso contrario el número combinatoria es impar.

Actividad 15. Usando el resultado de Edouard Lucas, decide, sin necesidad de calcularlos, cuáles de los siguientes números combinatorios es par y cuál es impar:

a) C(47,10) b) C(47,37) c) C(26,17)

Actividad 16. Demuestra que C(63,k) es siempre impar cualquiera que sea el número k entre 0 y 63.

Actividad 17. Demuestra que el número combinatorio C(64,k) es par siempre que k sea mayor que 0 y menor que 64.