

Hoja 7: Funciones de dos variables
RESPUESTAS

1. Comprobar los dibujos con Wolfram Alpha (c) o con GeoGebra (c). El apartado a) es una copa elíptica con vértice en $(0, 0, 0)$. El apartado b) es un gorro o montaña elíptica con vértice en $(0, 0, 4)$. El apartado c) es una copa elíptica con vértice en $(1, 0, -2)$. El apartado d) es una silla de montar con vértice en $(0, 0, 0)$. El apartado d) es un cono con vértice en $(0, 0, 0)$. El apartado f) es una semiesfera elíptica solo definida sobre el interior de la elipse $4x^2 - y^2 \leq 16$.
2. a) Son elipses de centro $(0, -2)$.
b) Son circunferencias de centro $(1, 1)$.
c) Para $c = -4$ y $c = -2$ son hipérbolas de centro $(0, 2)$ con sus ramas en dirección Este y Oeste. Para $c = 0$ son la rectas $x + y - 2 = 0$ y $x - y + 2 = 0$, que se cortan en el punto $(0, 2)$. Para $c = 2$ y $c = 4$ son hipérbolas de centro $(0, 2)$ con sus ramas en dirección Norte y Sur.
d) Rectas paralelas de pendiente -1 .
3. a) $1) \leftrightarrow c)$, $2) \leftrightarrow d)$, $3) \leftrightarrow b)$, $4) \leftrightarrow a)$.
4. Circunferencias de centro $(0, 0)$ y radios 25.82 , 23.09 y 20 respectivamente.
5. Corregido en clase
6. a) $k = 80$.
b) Hipérbolas con asíntotas los ejes X e Y positivos.
7. a) En B y en C.
b) En A.
c) En la dirección Sur.
8. a) $a) \leftrightarrow 4)$, $b) \leftrightarrow 3)$, $c) \leftrightarrow 2)$, $d) \leftrightarrow 1)$.
9. a) $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$, $\frac{\partial f}{\partial y} = -1$. b) $\frac{\partial f}{\partial x} = 6x - y$, $\frac{\partial f}{\partial y} = -x + 1$.
c) $\frac{\partial f}{\partial x} = 2xe^{-y}$, $\frac{\partial f}{\partial y} = -x^2e^{-y}$. d) $\frac{\partial f}{\partial x} = y + z$, $\frac{\partial f}{\partial y} = x + z$, $\frac{\partial f}{\partial z} = y + x$.
10. a) La ecuación del plano tangente pedido es $z = 6x + 4y - 8$.
b) La ecuación del plano tangente pedido es $z = 2ex - e$.
c) La ecuación del plano tangente pedido es $z = 1$.
11. a) $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 3) = 107$. b) Debemos movernos en la dirección del menor gradiente de f en la dirección $(2, 3)$ que es $(-120, -107)$. c) Nos encontramos con una pendiente hacia arriba porque $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 3) = 107 > 0$.

12. En la dirección del eje X positivo vemos una cuesta hacia abajo. En la dirección del eje Y negativo vemos una cueta hacia arriba. La cuesta hacia abajo más pronunciada nos la da la dirección del menos gradiente que es $(1 + \frac{2}{e}, 1 - \frac{1}{e})$.
13. Hay que invertir el doble en deuda portuguesa que en deuda griega (esto lo da la dirección del gradiente). Por tanto hay que invertir dos mil millones de euros en deuda portuguesa y mil millones de euros en deuda griega.
14. a) Tiene un punto crítico $A = (2, -1)$ y es un mínimo relativo.
- b) Tiene cuatro puntos críticos. $A = (0, 0)$, $B = (3, 0)$ y $C = (0, 6)$ son puntos de silla. El punto $D = (1, 2)$ es un mínimo relativo.
- c) Tiene un punto crítico $A = (-1, -1)$ y es un mínimo relativo.
- d) Tiene dos puntos críticos $A = (\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \frac{1}{\sqrt[3]{4}})$, $B = (-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, -\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$. Ambos son puntos de silla.
- e) Solo tiene un punto crítico en $A = (0, 0)$ y es un mínimo relativo.
15. La balsa debe tener de longitud y de anchura $\sqrt[3]{2}$ Hm. y de altura debe tener la mitad, es decir $\frac{1}{2}\sqrt[3]{2}$ Hm.