

1.- Dibujar la gráfica de las siguientes funciones:

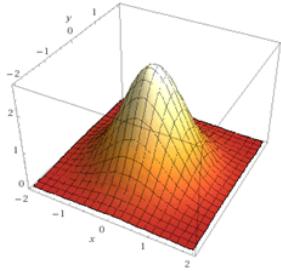
- a) $f(x, y) = x^2 + 2y^2.$
- b) $f(x, y) = -4x^2 - y^2 + 4.$
- c) $f(x, y) = x^2 - 2x + 4y^2 - 1.$
- d) $f(x, y) = x^2 - 2y^2.$
- e) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$
- f) $f(x, y) = \sqrt{16 - 4x^2 - y^2}.$

2.- Dibujar las curvas de nivel de las funciones dadas para los valores de c indicados:

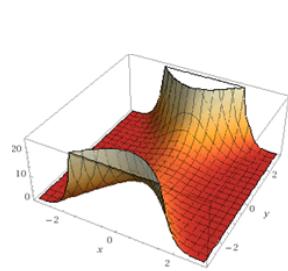
- a) $f(x, y) = x^2 + 3(y + 2)^2, \quad c = 1, 3, 5.$
- b) $f(x, y) = -x^2 + 2x - y^2 + 2y + 2, \quad c = -2, -1, 0, 1, 2.$
- c) $f(x, y) = -x^2 + y^2 - 4y + 4, \quad c = -4, -2, 0, 2, 4.$
- d) $f(x, y) = x + y - 1, \quad c = -2, -1, 0, 1, 2.$

3.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicios 45-48, Sección 12.1) Asociar cada una de las superficies dadas a una de las curvas de nivel indicadas:

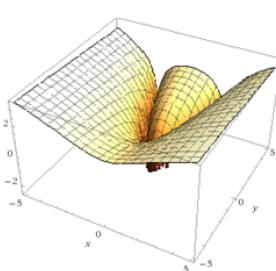
1) $z = e^{1-x^2-y^2}, \quad$ 2) $z = e^{1-x^2+0,5y^2}, \quad$ 3) $z = \ln |y - x^2|.$ 4) $z = \cos\left(\frac{x^2 + 2y^2}{4}\right),$



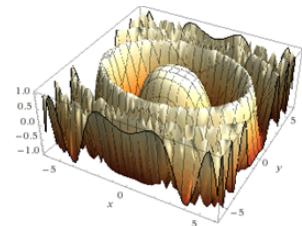
a)



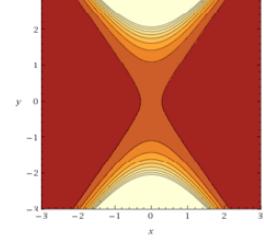
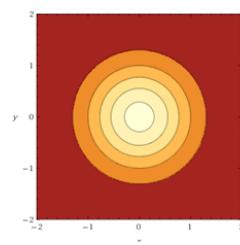
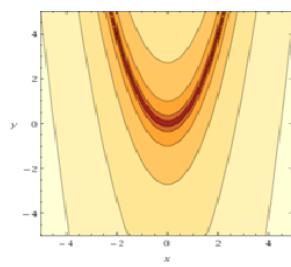
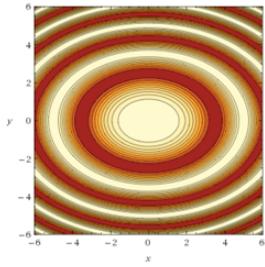
b)



c)

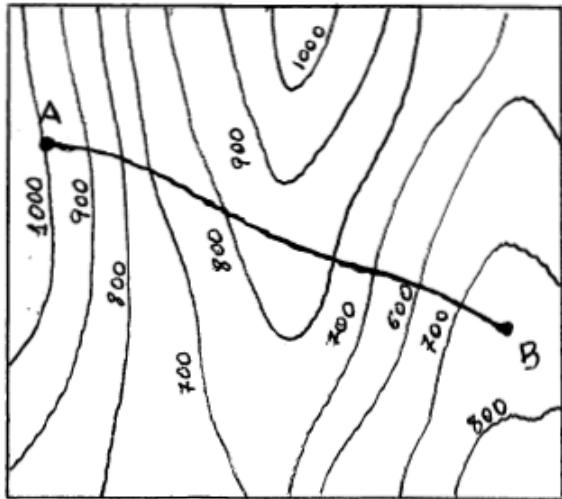


d)



4.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicio 71, Sección 12.1) **Distribución de temperaturas.** La temperatura en grados Celsius en cualquier punto (x, y) de una placa circular de 30 m de radio es $T = 600 - 0,75x^2 - 0,75y^2$, donde x e y se miden en metros. Dibujar las curvas isotermas para temperaturas de 100, 200 y 300 grados centígrados.

5.- A partir del siguiente mapa topográfico dibujar el perfil aproximado de la carretera que va desde A hasta B:

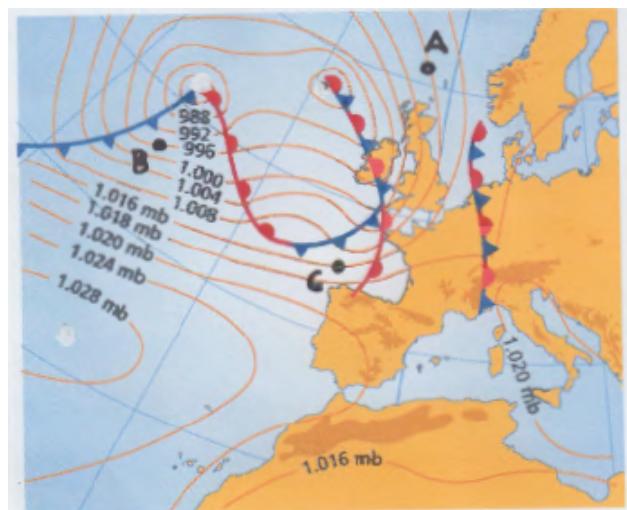


6.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicio 75, página 1115) **Ley de los gases ideales.** La ley de los gases ideales establece que $PV = kT$, siendo P la presión, V el volumen, T la temperatura y k una constante de proporcionalidad. Un depósito contiene 2400 cm^3 de nitrógeno a una presión de 10 Kg/cm^2 y a una temperatura de 300 grados Kelvin.

- a) Determinar k .
- b) Describir las curvas de nivel de T para temperaturas de 240, 270 y 300 grados Kelvin.

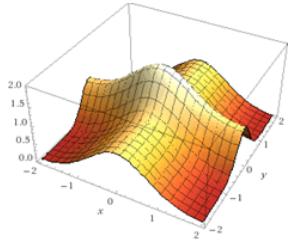
7.- (Tomado de J. Rogawski, Cálculo, Varias variables, Segunda Edición, Reverté, 2012; Ejercicio 39, página 791) Con referencia a la figura de la derecha:

- a) ¿ En cuál de los puntos A, B o C aumenta la presión en la dirección sur ?
- b) ¿ En cuál de los puntos A, B o C disminuye la presión en la dirección oeste ?
- c) ¿ En qué dirección en C aumenta la presión más rápidamente ?

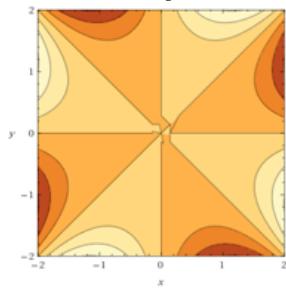


8.- (Tomado de E. Swokowski, Calculus, 5 Edition, PWS-KENT Publishing Company, 1991; Ejercicios 29 – 34, páginas 802 – 803) Asociar cada una de las siguientes superficies con una de las curvas de nivel indicadas:

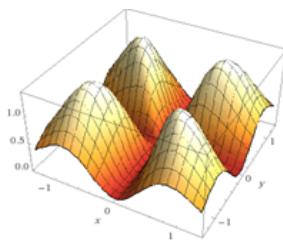
a)



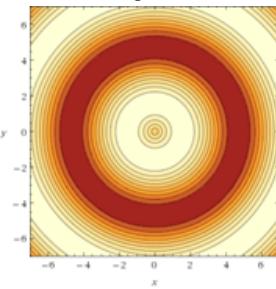
$$1) z = \frac{xy^3 - x^3y}{2}, \\ -2 \leq x \leq 2, \\ -2 \leq y \leq 2.$$



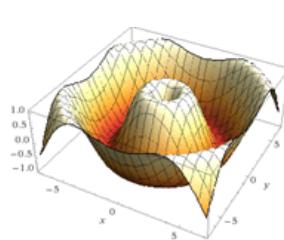
b)



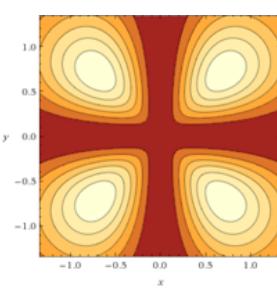
$$2) z = \operatorname{sen} \sqrt{x^2 + y^2}, \\ -7 \leq x \leq 7, \\ 7 \leq y \leq 7.$$



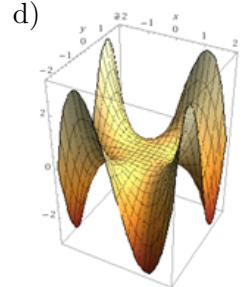
c)



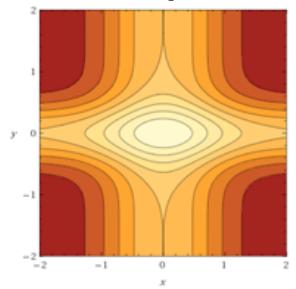
$$3) z = \frac{15x^2y^2e^{-x^2-y^2}}{x^2+y^2}.$$



d)



$$4) z = e^{-x^2} + e^{-4y^2}, \\ -2 \leq x \leq 2, \\ -2 \leq y \leq 2.$$



9.- Calcula las derivadas parciales:

$$a) f(x, y) = x^2 - y.$$

$$b) f(x, y) = 3x^2 - xy + y.$$

$$c) f(x, y) = x^2e^{-y}.$$

$$d) f(x, y, z) = xy + yz + zx.$$

10.- En los siguientes ejercicios escribe la ecuación del plano tangente a la gráfica de la función dada en el punto (a, b, c) indicado:

$$a) f(x, y) = 2x^3 + y^2 \text{ en el punto } (1, 2, 6).$$

$$b) f(x, y) = e^{x^2+y^2} \text{ en el punto } (1, 0, e).$$

$$c) f(x, y) = \cos(xy) \text{ en el punto } (1, 0, 1).$$

11.- Dada la función $f(x, y) = x^3 + x^2y^3 - y$, se pide:

$$a) \text{ Calcular } \frac{\partial f}{\partial y}(2, 3).$$

b) Si estamos situados en el punto $(x, y) = (2, 3)$, determinar en qué dirección debemos movernos para que la función f **disminuya** lo más rápidamente posible.

c) Si partimos del punto $(2, 3)$ y nos movemos en dirección Norte, nos encontramos una pendiente hacia arriba o hacia abajo?

12.- Si nos encontramos en el punto $(-1, -1)$ de un lugar cuyo perfil viene dado por $f(x, y) = x^2e^y + xy$ y miramos en la dirección del eje x positivo: ¿vemos una cuesta hacia arriba o hacia abajo? Y si miramos en la dirección del eje y negativo? De todas las direcciones (360 grados) en las que podemos mirar a nuestro alrededor, en cuál de ellas se divisa una cuesta abajo más pronunciada cerca de nosotros?

13.- Supongamos que el rendimiento de un depósito bancario viene dado por $x^2y + y^3$ donde x es la inversión realizada en deuda pública griega e y la inversión realizada en deuda pública portuguesa. Si la inversión realizada es $x = 1, y = 1$ (miles de millones de euros), y se tienen 3 (miles de millones de euros) más para invertir, cómo debe hacerse para mejorar la rentabilidad lo más posible?

14.- Halla y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones.

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5.$

b) $f(x, y) = xy^2 + 2x^2y - 6xy.$

c) $f(x, y) = 3y^2 + 4x^2 - 4xy + 2y + 4x.$

d) $f(x, y) = \frac{3}{5}x^5 - 3xy^2 + 3y.$

e) $f(x, y) = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$

15.- Se desea construir una balsa para lodos con forma de paralelepípedo rectángulo y con un volumen de 1 Hm^3 . ¿Qué dimensiones debe tener para que la suma de la superficie lateral más la superficie del fondo (que son las que van recubiertas) sea mínima?