

**1.-** Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

- (i)  $\frac{dx}{dt} = \sqrt{3t+1}$ , con  $x = 1$  para  $t = 0$ .
- (ii)  $\frac{dx}{dt} = \frac{tx}{1+t^2}$ , con  $x = 1$  para  $t = 0$ .
- (iii)  $\frac{dy}{dx} = (y+1)e^{-x}$ , con  $y = 2$  para  $x = 0$ .
- (iv)  $\frac{dy}{dx} = x^2y^2$ , con  $y = 1$  para  $x = 1$ .

**2.-** La concentración de oxígeno  $f(t)$  en un estanque contaminado con un residuo orgánico varía a lo largo del tiempo. La velocidad de variación viene dada por:

$$v(t) = \frac{t^2 - 1}{(t^2 + 1)^2} \quad (t = \text{"tiempo en semanas"}).$$

- a) Hallar la diferencia aproximada de concentración de oxígeno entre  $t = 0$  y  $t = 1$  utilizando la regla del trapecio con 4 subintervalos.
- b) Comparar el resultado aproximado con el exacto, sabiendo que

$$f(t) = \frac{t^2 - t + 1}{t^2 + 1}, \text{ para } t \geq 0.$$

**3.-** El tamaño  $N(t)$  de una población varía a lo largo del tiempo. Su velocidad de variación viene dada por:

$$v(t) = \frac{30 e^{-0'1t}}{(1 + 3 e^{-0'1t})^2} \quad (t = \text{"tiempo en años"}).$$

- a) Calcular la variación de la población entre  $t = 0$  y  $t = 20$ : obtener el resultado exacto y el resultado aproximado utilizando la regla del trapecio y la regla de Simpson con 2 subintervalos.
- b) Si  $N(0) = 25$ . ¿cuál es el tamaño de la población al cabo de 20 años?

**4.-** Llamamos  $x(t)$  a la proporción de individuos de una especie que existe en un instante  $t$ . Se sabe que la velocidad de crecimiento de  $x$  con respecto a  $t$  es proporcional a  $x(1 - x)$ . Resolver la ecuación diferencial correspondiente. ¿A qué modelo de función corresponde?

**5.-** De acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton, la temperatura  $T(t)$  de un objeto introducido en un ambiente más frío con temperatura constante  $A$  grados varía a una velocidad proporcional a  $T(t) - A$  (el exceso de temperatura). Un médico forense mide la temperatura de un cadáver que resulta ser 29,4 grados centígrados. Dos horas después vuelve a medirla y resulta ser 23,3 grados centígrados. Si la temperatura ambiente es 20 grados centígrados Cuánto tiempo hace que murió la persona contando desde la primera medición? (Nota: tomar como temperatura corporal en el momento del fallecimiento 36,7 grados centígrados.)

**6.-** Durante una epidemia de gripe en una población, la velocidad de propagación de la enfermedad, es decir, la velocidad de variación del número de enfermos es (aproximadamente):  $v(t) = 1000 t e^{-0.5t}$  donde  $t$  es el número de días desde el inicio de la epidemia.

- (a) Utilizando la regla del trapecio con dos intervalos, calcula (aproximadamente) el número de individuos que se ponen enfermos durante los cuatro primeros días. Compara este valor con el valor exacto.
- (b) ¿En qué momento es máxima la velocidad de propagación de la gripe?

**7.-** La velocidad de variación de una población de bacterias con recursos limitados viene dada por la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = -2(x - 5),$$

donde  $x$  es el “número de bacterias (en millones)” y  $t$  es el “tiempo transcurrido (en horas)”. Inicialmente hay 1 millón de bacterias.

- (a) Hallar la función que expresa  $x$  en función de  $t$ , resolviendo la ecuación diferencial.
- (b) ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 2 horas? ¿Cuántas habrá a largo plazo?