Matemáticas — Curso 2016-2017

Primero de Biológicas

Hoja 6: Ecuaciones diferenciales

Respuestas

1. (i) $x = \dfrac{2}{9}(3t+1)^{3/2} + \dfrac{7}{9}$, $\qquad (ii)$ $x = \sqrt{1+t^2}$,

   (iii) $y = 3e^{1-e^{-x}} - 1$, $\qquad (iv)$ $y = \dfrac{3}{4-x^3}$.

2. a) Con la regla del trapecio el resultado aproximado es $-0,497411$.

   b) El valor exacto es $-0,5$.

3. a) El resultado exacto es $N(20) - N(0) = \displaystyle\int_0^{20} \frac{30e^{-0,1t}}{(1+3e^{-0,1t})^2}\,dt \approx 46,12345$. Con la regla del trapecio el resultado es aproximadamente $44,583$. Con la regla de Simpson el resultado aproximado es $46,348$.

   b) $N(20) = 46,12345 + N(0) = 71,12345$.

4. La ecuación diferencial que hay que resolver es $\dfrac{dS}{dt} = kx(1-x)$, donde k es la constante de proporcionalidad. La solución es $x(t) = \dfrac{e^{kt}}{C+e^{kt}}$. Corresponde a la función logística.

5. El valor de k es $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3,3}{9,4}$. La persona falleció hace aproximadamente $1,10$ horas. Es decir, 1 hora y 6 minutos aproximadamente.

6. a) Con la regla del trapecio el resultado es 2013 individutos aproximadamente. El valor exacto es $1000(4 - \dfrac{12}{e^2}) \approx 2376$.

   b) Hay que hallar el máximo de $v(t)$ en el intervalo $[t, \infty)$. La velocidad de propagación es máxima 2 días después del inicio de la epidemia.

7. a) $x(t) = 5 - 4e^{-2t}$.

   b) Al cabo de dos horas habrá 4,92 millones de bacterias, aproximadamente. A largo plazo habrá 5 millones de bacterias aproximadamente.