

Hoja 5: Integración
RESPUESTAS

1. a) $ex + C$, b) $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$, c) $\frac{1}{2}\ln|2e^x - 1| + C$, d) $-\frac{2}{3}\ln|5 - 3x| + C$,
e) $\frac{2}{7}(1+x)^{7/2} - \frac{4}{5}(1+x)^{5/2} + \frac{2}{3}(1+x)^{3/2} + C$, f) $\frac{1}{2}\arctan(x^2) + C$,
g) $-\frac{5}{8}\frac{1}{(4x+3)^2} + C$.
2. a) $\int \frac{\cos s^2 \sin^2 s^2}{1 + \sin^3 s^2} 2s ds$. b) $\int \frac{z^2}{1+z^3} dz$.
3. a) $x \sin x + \cos x + C$, b) $-xe^{-x} - e^{-x} + C$, c) $x(\ln x - 1) + C$,
d) $-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C$, e) $\frac{x^2}{2}(\ln x - \frac{1}{2}) + C$.
4. a) $\ln \left| \frac{x-3}{x-2} \right| + C$,
b) $\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 13x + 42 \ln|x-3| - 2 \ln|x-1| + C$,
c) $\ln \frac{(x-1)^2}{|x(x+1)|} + C$.
5. a) $\frac{4}{9} \ln|x-2| - \frac{4}{9} \ln|x+1| - \frac{2}{3} \frac{1}{x+1} + C$,
b) $x + \frac{8}{9} \ln|x-1| - \frac{1}{3} \frac{1}{x-1} - \frac{8}{9} \ln|x+2| + C$.
6. $F'(x) = (\sin x^4)2x \ln(1+x^4)$.
7. $f(x) = \frac{12x}{1+x}$.
8. a) La regla del trapecio con 4 intervalos produce aproximadamente 0,8806. El valor que da Geogebra (©) es 0,8821.
b) La regla del trapecio con 4 intervalos produce aproximadamente 21,24975. El valor que da Geogebra (©) es 21,35803.
9. a) La regla del trapecio con 4 intervalos produce aproximadamente 1,397325. El valor que da Geogebra (©) es 1,40218.
b) La regla del Simpson con 4 intervalos produce aproximadamente 1,4052. El valor que da Geogebra (©) es 1,40218.
10. El valor aproximado de π usando la regla de Simpson con cuatro intervalos es 3,141566 (cuatro decimales correctos).

$$11. \text{ a) } \frac{1}{2} \int_1^4 u e^u du. \quad \text{b) } \int_0^1 u^2 e^{4u} du. \quad \text{c) } \int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos^2 t dt.$$

$$12. \text{ (i) } A = \int_{\pi/3}^{\pi/2} (\sin) x dx = \frac{1}{2}.$$

$$\text{(ii) } A = \int_{-1}^2 [(5 - x^2) - (3 - x)] dx = \frac{27}{6}.$$

$$13. \text{ a) } A = \int_{-2}^0 (x + 2) dx + \int_0^3 \left(\frac{1}{x^2 + 1} + 1 \right) dx. \quad \text{b) } A = 4 \int_{1/2}^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$$

$$\text{c) } A = 2 \int_0^\infty \left(1 - \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} \right) dx = 2 \int_0^\infty \frac{8}{x^2 + 4} dx = 4\pi.$$

$$A = 2 \int_0^\infty \frac{8}{x^2 + 4} dx.$$

$$14. \quad A = \int_1^\infty (x^2 e^{-x} - x e^{-x}) dx = \frac{3}{e}. \text{ (Esta integral se calcula haciendo integraciones por partes.)}$$