Hoja 4: Modelos

1. Obsérvese que si se pierde un 50 %, después hay que ganar un 100 % para volver a la situación original. Calcular qué porcentajes habría que perder para volver a la situación original después de ganar un: 25 %, 300 %, 50 %

2. Un gas confinado en un depósito perforado, pierde una proporción fija de las moléculas cada media hora. A las 7 de la mañana medimos una concentración en el depósito de 15 *ppm* (partes por millón). Media hora más tarde la concentración ha bajado un 1 % respecto a la anterior.

   a) Escribir una función que exprese la concentración del gas en función del tiempo.

   b)¿Qué concentración había a las $3:30$ de la mañana, antes de nuestra primera medición?

   c) ¿Cuanto tardará en bajar la concentración hasta 3 *ppm*?

3. En el vertedero de basura de Valdemingómez se ha observado que cada año los camiones de la CAM depositan un 5 % más de basura que el año anterior. Como la basura no se retira, se va acumulando.

   a) Escribir una función que exprese la cantidad de basura depositada cada año por los camiones de la CAM en el vertedero.

   b) Encontrar una fórmula que de la cantidad de basura acumulada en el vertedero al cabo de n años.

   c) Si inicialmente el vertedero estaba vacío y al cabo de un año contenía 1000 toneladas de basura, calcular cuantos años han de pasar para que la basura acumulada supere las 90,000 toneladas.

4. Una función muy utilizada para representar el tamaño de un cultivo de microbios a lo largo del tiempo es la *función logística*: $y = f(t) = \dfrac{k}{1 + ae^{-bt}}$, para $t > 0$ $(a, k, b > 0)$

   a) Representar la función $y = \frac{100}{1+2e^{-t}}$, para $t > 0$.

   b) Hallar el instante en que la velocidad de crecimiento es máxima.

   c) ¿En qué tamaño tiende a estabilizarse la población?

5. En una reacción bioquímica controlada por una enzima, la velocidad (v) de conversión de una sustancia (para una cantidad fija de enzima) viene dada por $v = f(s) = \dfrac{as}{k+s}$, para $s > 0$ $(a, k > 0)$, donde s es la concentración del sustrato que está siendo convertido. Esta función se conoce con el nombre de *función de Michaelis-Menten*.

   a) Representar la función.

   b) Hallar el límite cuando $s \to \infty$ de la velocidad de conversión y calcular cuál debe ser la concentración del sustrato para que la velocidad de conversión sea la mitad de este valor.

6. Al abrir una cuenta en un banco que opera por Internet, nos dicen que nos van a abonar cada mes un 3,5 % anual de interés sobre el capital acumulado, durante los 6 primeros meses. Si inicialmente depositamos 3000 euros, ¿cuánto dinero habrá en la cuenta al cabo de esos 6 meses?

7. Tras una noche desafortunada, un jugador contacta con un prestamista (ilegal) que le ofrece el siguiente trato: Le prestará 6000 euros, a un interés (compuesto) **semanal** del 1 %, durante 4 semanas. Si al final de la cuarta semana no le devuelve el dinero mas los intereses correspondientes, le renueva el préstamo por 4 semanas más, pero a un interés compuesto semanal del 2 %. Si al final de la octava semana no paga la deuda, le renueva el préstamo por otras 4 semanas, subiendo el interés al 4 % semanal. Y si al final de la semana 12 sigue sin saldar la deuda, le renueva el préstamo por última vez por 4 semanas, a un interés del 8 % semanal. A cunto asciende la deuda al final de la semana 16 ?.

8. Hallar la cuota mensual a pagar en un préstamo por un importe de 60.000 euros, a devolver en diez años, con un interés del 5 % **anual**, y que se amortiza con **pagos mensuales**, todos ellos de la misma cantidad.

9. Un estudiante decide aceptar un contrato en prácticas de un año. Tiene dos ofertas.

   La empresa A le ofrece un sueldo de 200 euros el primer mes y revisión salarial cada mes con aumento de sueldo: cada mes le pagarán un 5 % más que el anterior.

   La empresa B le ofrece un sueldo de 200 euros el primer mes y revisión salarial cada mes con aumento de sueldo: cada mes le pagarán 5,5 euros más que el anterior.

   a) Para cada una de las ofertas obtener, razonadamente, el sueldo que obtendría el último mes del año.

   b) Para cada una de las ofertas obtener, razonadamente, el sueldo total que obtendría en un año.

10. En una reserva ecológica la caza abusiva produce un decrecimiento anual del 50 % en el número de individuos de una especie protegida. Tras 2 años consecutivos en esta situación las autoridades prohiben la caza, y la especie vuelve a crecer a su ritmo normal del 10 % anual. ¿Durante cuántos años se debería prohibir la caza para recuperar la población original?

11. Estudiamos una explotación forestal con una cantidad inicial de 1000 árboles. La masa forestal se regenera de forma natural, aumentando en un $0'5$ % aproximadamente cada mes. Por otro lado, se talan k árboles cada mes.

    (a) Si $k = 10$, calcular la cantidad de árboles al cabo de 24 meses.

    (b) Si $k = 10$, ¿cuántos meses tardaría en extinguirse la población?

    (c) Calcula el valor de k para el que la población al cabo de 24 meses sea de 500 árboles.

12. Cada 4 horas tomamos 20 miligramos de un medicamento y cada 4 horas el cuerpo elimina una quinta parte de lo que tiene.

    a) ¿Cuántos miligramos de medicamento tendremos inmediatamente después de tomar la tercera dosis?

    b) Escribir la función que expresa el número de miligramos en el organismo en función del tiempo (tomando como unidad de tiempo los intervalos de 4 horas).

    c) A largo plazo, ¿cuál será la cantidad de medicamento en el organismo?

13. Una sustancia radiactiva se desintegra a razón de un α % cada año.

    a) Si la cantidad de sustancia presente en este momento es de 120 Kg., hallar la expresión de la cantidad de sustancia, $C(t)$, al cabo de t años.

    b) Calcular el valor de α sabiendo que dentro de 20 años la cantidad de sustancia presente será el doble de la que habrá dentro de 40 años.