

Hoja 2: Funciones, límites y continuidad

RESPUESTAS

---

1. (a)  $(-\infty, 2) \cup (2, 3) \cup (3, \infty)$       (b)  $(-\infty, -1] \cup [1, \infty]$   
 (c)  $[-1, \frac{-1}{\sqrt{2}}) \cup (\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{2}}, 1]$       (d)  $(0, e) \cup (e, \infty)$   
 (e)  $(0, 1) \cup (1, 5]$       (f)  $(0, 1)$
2. Comprueba tus resultados con Geogebra  o con WolframAlpha  usando la función  $f(x) = x(x-1)(x+1)$ .
3. (a) impar      (b) par      (c) par      (d) par
4. Si  $f$  y  $g$  son funciones impares, entonces  $f+g$  es impar,  $f \cdot g$  es par y  $f \circ g$  es impar.  
 Si  $f$  es par y  $g$  es impar, no se puede decir nada de la paridad de  $f+g$ , la función  $f \cdot g$  es impar y la función  $f \circ g$  es par.
5. a)  $f \circ g(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in [-1, 1] \\ \cos x, & \text{si } x \notin [-1, 1]. \end{cases}$   
 b)  $g \circ f(x) = 0$  porque  $\cos x \in [-1, 1]$ .
6. (a) Es inyectiva. Su inversa es  $y = \frac{x+4}{7}$       (b) No es inyectiva porque  $f(\frac{4}{7}) = 0 = f(\frac{4+2\pi}{7})$ .  
 (c) Inyectiva. Su inversa es  $y = -1 + \sqrt[3]{x-2}$       (d) Inyectiva.  
 Su inversa es  $\frac{x-2}{1-x}$       (e) No es inyectiva porque  $f(2) = 0 = f(1)$ .  
 (f) No es inyectiva porque la ecuación  $f(x) = 1/4$  tiene dos soluciones diferentes.  
 (g) Es inyectiva. Su inversa es  $y = -\ln x$ .  
 (h) Es inyectiva. Su inversa es  $y = -1 + e^x$ .
7. Comprueba tus resultados con Geogebra  o con WolframAlpha .
8. (a) -3      (b) -6      (c)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$       (d)  $\frac{3}{4}$       (e)  $1/2$       (f)  $1/2$
9. (a)  $\frac{-1}{\sqrt{2}}$       (b) 9      (c) 0      (d) 2      (e) 1      (f) 0      (g)  $\infty$       (h) 0  
 (i) -1      (j) 1      (k)  $-\infty$       (l) No existe.
10. (a) Es continua en todo  $\mathbb{R}$  excepto  $x = 2$  y  $x = -2$ . En el punto  $x = 2$  si se define  $f(2) = 1$  también es continua.  
 (b) Es continua en los intervalos abiertos de la forma  $(k, k+1)$  donde  $k$  puede ser cualquier número entero.  
 (c) Continua en  $\mathbb{R} \setminus \{2, 6\}$ .      (d) Continua en  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .  
 (e) Continua en todo  $\mathbb{R}$  excepto si  $x = (\frac{\pi}{2} + k\pi - 2)/3$ .

- (f) Continua en  $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$ .
- (g) Continua en  $(2, \infty)$ .      (h) Continua en  $(3/8, \infty)$ .
- (i) Si  $a = 0$  o  $a = 2$  es continua en todo  $[a-1, a+1]$ . En los otros casos es discontinua en  $x = a$ .
- (j) Continua en  $\mathbb{R}$ .

11.  $k = 3$