

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4
-------	-------	-------	-------

NOTA

Universidad Autónoma de Madrid

Facultad de Ciencias. DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

Matemáticas. Primero de Biología. Primer Parcial.

4 de Noviembre de 2016.

APELLIDOS NOMBRE

D.N.I. GRUPO:

1) (2,5 puntos) La mariposa monarca es un lepidóptero originario de América del Norte. Antes de transformarse en mariposa, las orugas pasan por la fase de crisálida. Se dan los siguientes datos:

- Cada semana el 30 % de las crisálidas maduran y se transforman en mariposas.
El resto se quedan como crisálidas, siguiendo su proceso de maduración para transformarse en las semanas siguientes.
- Estadísticamente se sabe que, cada semana, por cada mariposa adulta 1 oruga se transforma en crisálida.
- El porcentaje de supervivencia semanal de las mariposas adultas es del 60 %.



- Describe matemáticamente las ecuaciones que rigen la evolución de las poblaciones de crisálidas y mariposas.
- Se comienza con 1000 crisálidas y 1000 mariposas, ¿Cuántas mariposas habrá después de dos semanas?
- Calcula la tasa de variación de la población de mariposas con el paso del tiempo.
- ¿Cuál debería ser el porcentaje de supervivencia semanal de las mariposas para que la tasa de crecimiento de su población a largo plazo fuera 1.1?

2) (2,5 puntos) La evolución de una población viene descrita por la matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1,3 & 0,4 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,86 & K \end{pmatrix}$$

donde el valor de la constante K es desconocido.

a) Interpretar el significado biológico de los términos que aparecen en la matriz.

b) Determinar el valor de K , sabiendo que, a largo plazo, el número total de individuos de la población se mantiene prácticamente estable a lo largo del tiempo.

c) Para otra matriz distinta,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1,4 & 1,2 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,86 & 0 \end{pmatrix}$$

una hoja de cálculo me devuelve la salida siguiente:

N	XN	YN	ZN	SUMA	XN/X(N-1)	XN/SUMA	YN/SUMA	ZN/SUMA
0	11	22	33	66		0,16667	0,33333	0,5
1	70,4	5,5	18,92	94,82	6,4	0,7424	0,05800	0,19953
2	30,404	35,2	4,73	70,334	0,43187	0,43228	0,50046	0,06725
...
46	1643,777	757,942	601,116	3002,836	1,0843	0,5474	0,2524	0,2002
47	1782,459	821,888	651,830	3256,178	1,0843	0,5474	0,2524	0,2002
48	1932,841	891,229	706,824	3530,895	1,0843	0,5474	0,2524	0,2002
49	2095,910	966,420	766,457	3828,78	1,0843	0,5474	0,2524	0,2002
50	2272,737	1047,955	831,121	4151,81	1,0843	0,5474	0,2524	0,2002

Explicar el significado biológico y la relación con la matriz de transición de los **cuatro números marcados en negrita en la última fila** (y que se repiten en las cuatro filas anteriores)

3) (2,5 puntos) Tenemos una gran cantidad de huevos de una determinada especie de insectos, que comienzan a eclosionar en el instante $t = 0$. A partir de ese instante, la población de insectos viene dada por la siguiente función que depende del tiempo

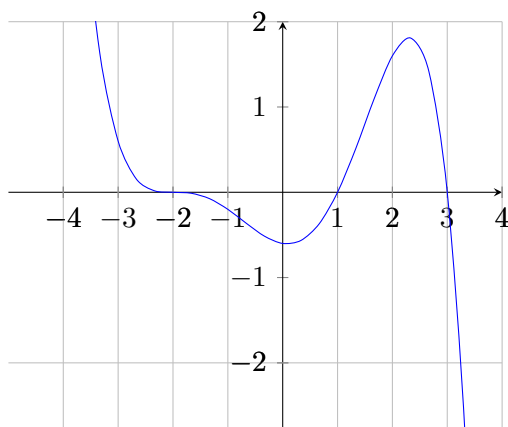
$$P(t) = 1000t^2e^{-\alpha t},$$

donde $t \geq 0$ ($t = 0$ es el momento de inicio de la eclosión), y $P(t)$ el número de individuos de la población en el instante t (tiempo medido en días).

- (a) Calcula α sabiendo que para $t = 1$ había 700 individuos.
 - (b) ¿En qué momento alcanzará la población un máximo? ¿Cuál es el valor de dicho máximo?
 - (c) ¿A qué tiende la población en el futuro lejano?
 - (d) Esboza la gráfica de la función.
-

4) (2,5 puntos)

La gráfica de una cierta función f viene dada por la siguiente figura:



Basándote en la gráfica de f , responde a las siguientes cuestiones.

a) Dibujar las gráficas de $g(x) = |f(x)|$, de $h(x) = f(|x|)$, y de $j(x) = f(x - 2)$.

b) Sea $F(x)$ una función tal que $F'(x) = f(x)$. A partir de la gráfica de $f(x)$, determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los intervalos de concavidad y convexidad de $F(x)$ (es decir, indica cuándo es cóncava hacia arriba y cuándo es cóncava hacia abajo).

c) Sobre la gráfica de $f(x)$, encuentra un intervalo en el que la función f sea inyectiva y justifica tu respuesta.

