

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	TOTAL
10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos	60

Universidad Autónoma de Madrid

Facultad de Ciencias.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

Matemáticas. Primer curso de Biología.

Enero de 2016.

Grupo

Apellidos: Nombre: D.N.I.:

1) Sea $f(x)$ una función continua y derivable de la que conocemos los siguientes datos:

- $f(-2) = f(0) = f(2) = f(4) = 0$.
- $f'(x) > 0$ para todo $x \in (-1, 1) \cup (3, +\infty)$.
- $f'(x) < 0$ para todo $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 3)$.
- $f''(x) > 0$ para todo $x \in (-3/2, 1/2) \cup (2, +\infty)$.
- $f''(x) < 0$ para todo $x \in (-\infty, -3/2) \cup (1/2, 2)$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Según los datos anteriores, se pide:

- a) Esbozar la gráfica de f , indicando razonadamente los intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad, y si f tiene asíntotas horizontales o verticales.
- b) Determinar razonadamente los máximos o mínimos locales de f , y justificar si alguno de ellos es máximo o mínimo absoluto.

2) Una parcela de estudio contiene N plantas, cada una de las cuales produce semillas que se siembran en la misma parcela, con lo que el número de plantas cambia cada año. El número de plantas supervivientes al final del año se expresa como $S(N) = \frac{10N}{1+(2N)^{1,2}}$, $N \geq 0$, donde N se mide en cientos de plantas.

(a) Calcular $S'(N)$.

(b) Se llama velocidad de reproducción, $v(N)$, al cociente $\frac{S(N)}{N}$. Demostrar que $v(N)$ es una función decreciente de N .

-
- 3)** Una población de ardillas esta dividida en dos edades: Jóvenes y Adultas. En cada periodo de tiempo sólo sobrevive la mitad de las ardillas jóvenes, muriendo todas las adultas. Además se sabe que el número medio de crías que provienen de las ardillas jóvenes es de una y de las adultas es de dos.
- (a) Escribir la expresión matricial del modelo de Leslie asociado a la dinámica de la población de ardillas..
 - (b) A largo plazo, determina en que tanto por ciento crecerá o decrecerá la población de ardillas jóvenes y ardillas adultas.
 - (c) Calcular el porcentaje de ardillas jóvenes y adultas que habrá a largo plazo en la población.
-

4) Necesitamos solicitar un crédito de 40.000 euros por un periodo de 5 años y recibimos la oferta siguiente:

El banco nos cobrará un interés compuesto anual del 5 %, y la devolución del préstamo se hará de acuerdo con las siguientes reglas:

- Al final del primer año, no devolvemos nada.
- Al final del segundo año, devolvemos 10.000 euros.
- Al final del tercer año, devolvemos 11.000 euros.
- Al final del cuarto año, devolvemos 12.000 euros.

Hallar la cantidad que nos quedará por devolver al final del quinto año para cancelar el préstamo.

5) La velocidad de variación de una población de microorganismos con crecimiento limitado está dada por

$$\frac{dx}{dt} = -3(x - 4)$$

donde x es el número de microorganismos (en millones) y t el tiempo transcurrido en horas. Inicialmente hay 2 millones de bacterias.

- a) Hallar x en función de t , resolviendo la ecuación diferencial.
 - b) ¿Cuántas bacterias habrá después de 3 horas? ¿Cuántas habrá a largo plazo?
-

6) Sea la función de 2 variables siguiente:

$$F(x, y) = 14x^2 - 2x^3 + 2y^2 + 4xy$$

- a) Halla los puntos críticos de esta función.
 - b) Clasifica los puntos críticos de esta función.
-

