

**POPUESTAS PARA EL TRABAJO FIN DE MÁSTER. POSIBLES LÍNEAS**

"Todos los trabajos fin de master consistirán en propuestas de innovación didáctica y, en su caso, de iniciación a la investigación educativa, siempre en el ámbito de la docencia en Educación secundaria obligatoria y Bachillerato. En todo caso, estos trabajos deben tener una orientación innovadora en el análisis de la realidad educativa, propuesta didáctica en su caso, y en la propuesta de mejoras, teniendo en cuenta obviamente que se trata de una primera aproximación profesional al ámbito de la docencia en Educación secundaria obligatoria y Bachillerato".

*Párrafo extraído de la Guía del TFM*

.....

**Se recomienda leer la guía del TFM que puede encontrarse en**

[http://www.uam.es/personal\\_pdi/ciencias/ehernan/16-17MasterFPS.html](http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ehernan/16-17MasterFPS.html)

---

**CARLO MADONNA** ([carlo.madonna@uam.es](mailto:carlo.madonna@uam.es))

**T1.** La evolución del currículo de matemática escolar y elemental en Corea del Sur a lo largo de sus últimas 9 reformas educativas en los últimos 50 años.

Breve descripción del tema: Estudiar las últimas 9 reformas educativas de Corea del Sur, la búsqueda de la excelencia, los fracasos, los éxitos, los currículos, las metodologías.

**T2.** Comparación entre las Escuelas de Ciencias para alumnos superdotados en Seúl y los Bachilleratos de Excelencia en Madrid/España.

Breve descripción del tema: Estudiar la estructura de las Escuelas de Ciencia para alumnos superdotados en Seúl y la estructura de los Bachilleratos de Excelencia en Madrid/España.

**T3.** Las olimpiadas de matemática de Moscú desde el 1993 al 1999.

Breve descripción del tema: Estudiar el desarrollo, la organización y las motivaciones de las olimpiadas de matemática en Moscú.

**T4.** Círculos Matemáticos: origen, historia, y objetivos.

Breve descripción del tema: Estudiar la origen, la historia, y los objetivos de los Círculos Matemáticos: el Berkley Math Club, el Math Circle de Harvard,... el Madrid Math Club de Madrid ...

**T5.** Los estudios de Magisterio en Rusia y la formación del profesorado (desde el año 1840 hasta el 2000).

Breve descripción del tema: Estudiar la formación que reciben los maestros de primaria y los profesores de secundaria en Rusia desde el 1840.

**T6.** Como los Chinos aprenden matemática y la formación de los maestros de primaria y profesores de secundaria en China.

Breve descripción del tema: Estudiar lo que estudian los estudiantes en China y lo que estudian los futuros maestros/profesores.

**T7.** El Proyecto Matematita ([www.matematita.it](http://www.matematita.it)) y su uso en las aulas: motivaciones, descripción y resultados.

Breve descripción del tema: Estudiar el proyecto matematita y sus implicaciones y utilizaciones en la enseñanza en la educación pública italiana.

**T8.** La exposición virtual Experiencing Maths ([www.experiencingmaths.org](http://www.experiencingmaths.org)) y su uso en las aulas: motivaciones, descripción y resultados.

Breve descripción del tema: Estudiar cómo utilizar el material de esta exposición virtual y su matemática en las aulas.

**T9.** El Proyecto Estalmat ([www.estalmat.org](http://www.estalmat.org)): motivaciones, descripción y resultados.

Breve descripción del tema: Estudiar el proyecto y sus beneficios para la sociedad.

**T10.** El Proyecto Mathematics Teaching and Learning to Teach

<http://www-personal.umich.edu/~dball/multimedia/index.html>: motivaciones, descripción y resultados.

Breve descripción del tema: Estudiar el proyecto y sus beneficios para la sociedad.

**T12.** La torre de Hanoi: el caso de 4 varillas.

Breve descripción del tema: Estudiar la prueba de “La quatrième tour de Hanoi” de Thierry Bousch y conjeturas relacionadas y sus utilizaciones en la docencia.

### **Referencias:**

Los temas arriba propuestos tienen como referencias fundamentales algunos de los siguientes textos, que se pueden considerar como una propuesta de partida para el trabajo a realizar, no exhaustiva por supuesto!

- A Decade of the Berkeley Math Circle: The American Experience, Volume II - Zvezdelina Stankova y Tom Rike Editors - AMS | MSRI, 2014, 366 pp. MCL/14.
- Natasha Rozhkovskaya, Math Circles for Elementary School Students, AMS | MSRI, 2014, 166 pp. MCL/13.
- Ivan Yashchenko, Invitation to a Mathematical Festival, AMS | MSRI, 2013, 172 pp. MCL/12.

- Anna Burago, *Mathematical Circle Diaries, Year 1: Complete Curriculum for Grades 5 to 7*, AMS | MSRI, 2012, 335 pp., MCL/11.
- Judith D. Sally y Paul J. Sally, Jr., *Integers, Fractions and Arithmetic: A Guide for Teachers*, AMS | MSRI, 2012, 208 pp., MCL/10.
- David M. Clark, *Euclidean Geometry: A Guided Inquiry Approach*, AMS | MSRI, 2012, 127 pp., MCL/9.
- Sergey Dorichenko, *A Moscow Math Circle: Week-by-week Problem Sets*, AMS | MSRI, 2012, 240 pp., MCL/8.
- Alexander Zvonkin, *Math from Three to Seven: The Story of a Mathematical Circle for Preschoolers*, AMS | MSRI, 2011, 300 pp., MCL/5.
- Roman Fedorov, Alexei Belov, Alexander Kovaldzhii, y Ivan Yashchenks , *Moscow Mathematical Olympiads, 1993-1999*, AMS | MSRI, 2011, 220 pp., MCL/4.
- Judith D. Sally y Paul J. Sally, Jr., *Geometry: A Guide for Teachers*, AMS | MSRI, 2011, 202 pp., MCL/3.
- Sam Vandervelde, *Circle in a Box*, AMS | MSRI, 2009, 217 pp., MCL/2
- La exposición virtual *Experiencing Maths*, <http://www.experiencingmaths.org/>
- El proyecto *Matematita*, <http://www.matematita.it/>
- The Klein Project, <http://www.mathunion.org/icmi/other-activities/klein-project/introduction/>
- *Mathematics Teaching and Learning to Teach* (<http://www-personal.umich.edu/~dball/multimedia/index.html>)
- A. Barcia, P. Caressa, C.G.Madonna, *Matemática escolar desde un punto de vista superior: conjuntos y números*, Ediciones UAM, 2011.
- David W. Farmer, *Groups and Symmetries, a guide to discovering mathematics*, AMS, *Mathematical World*, Vol.5, 1963.
- V. Nikulin, I. R. Shafarevich, *Geometries and Groups*, Springer, 1994.
- Y.R. Kim, C.G.Madonna, S.S. Park, *Escuela de Ciencias para estudiantes superdotados en Seúl (Corea del Sur)*, *Revista Didácticas Específicas* N.11 (2014).
- Y.R. Kim, S.S. Park, *Sobre la última reforma del currículo para la matemática escolar en Corea del Sur*, *Revista Didácticas Específicas* N.9 (2013).
- J.P. Demailly, *A rigorous deductive approach of elementary Euclidean geometry*, *Revista Didácticas Específicas* N. 7(2012).
- *Russian Mathematics Education*, Edited by: Alexander Karp (Columbia University, USA), Bruce R Vogeli (Columbia University, USA), *Programme and practice*, *Series on Mathematics Education: Volume 5*, World Scientific Publishing, 2011.
- *Russian Mathematics Education, History and World Significance*, Edited by: Alexander Karp, Bruce R Vogeli, *Series on Mathematics Education: Volume 4*, World Scientific Publishing, 2010
- *Mathematics Education in Korea*, Edited by: Jinho Kim (Daegu National University of Education, Korea), Inki Han (Gyeongsang National University, Korea), Mangoo Park (Seoul National University of Education, Korea),

Joongkwoen Lee (Dongguk University, Korea), Series on Mathematics Education: Volume 7, 2012.

• How Chinese Learn Mathematics, Perspectives from Insiders, Edited by: Fan Lianghuo (Nanyang Technological University, Singapore), Wong Ngai-Ying (The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong), Cai Jinfa (The University of Delaware, USA), Li Shiqi (East China Normal University, China), Series on Mathematics Education: Volume 1, 2004.

• I problemi di matematica della Scuola Normale Superiore di Pisa, Ed. Franco Conti, Alessandro Profeti, Bollati Boringhieri, 1998, p.216.

• F. Speranza, Matematica per gli insegnanti di matematica, Zanichelli 1983, p. 384.

• Thierry Bousch, La quatrième tour de Hanoi, Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin 21 (2014), 895–912.

• Andreas M. Hinz, Sandi Klavzar, Uroš Milutinovic, Ciril Petr, The Tower of Hanoi – Myths and Maths, Springer Basel 2016

\*\*\*\*\*

**CÉSAR SAENZ** ([cesar.saenz@uam.es](mailto:cesar.saenz@uam.es))

1. Técnicas e instrumentos de evaluación de los aprendizajes matemáticos.

2. Diagnóstico y tratamiento de dificultades de aprendizaje en un contenido curricular específico (de geometría, de álgebra, de probabilidad, etc.)

3. Enfoque interdisciplinar en la enseñanza de las matemáticas: matemática y economía, matemática y literatura, etc..

\*\*\*\*\*

**ADOLFO QUIRÓS** ([adolfo.quiros@uam.es](mailto:adolfo.quiros@uam.es))

**T1. Álgebra Lineal: más allá de los sistemas de ecuaciones**

La forma en que se enseña el Álgebra Lineal en 2º de Bachillerato haría pensar, en la mayoría de las ocasiones, que lo importante es "aprender a discutir sistemas de ecuaciones". Esta situación, manifiestamente absurda, es claramente consecuencia del diseño de las PAU. EL TFM propuesto consiste en proponer un diseño para la unidad (o bloque de unidades) didáctica(s) de Álgebra Lineal de 2º de Bachillerato en el que, cumpliendo por supuesto con los objetivos recogidos en el currículo, el hilo conductor sea usar el álgebra lineal, incluida la resolución de sistemas de ecuaciones lineales e (implícitamente) su discusión, para "hacer algo que no sea la propia discusión". Ejemplos de ello podrían ser:

- Uso de matrices para entender transformaciones, geométricas o de otro tipo, como las cadenas de Markov. Esto da una excusa para hablar de autovalores, lo que proporciona un ejemplo de "discusión de sistemas" con un objetivo útil.

- Planteamiento de algún problema físico (por ejemplo, masas y resortes) como un sistema de ecuaciones lineales y ver qué nos dice sobre la física la "discusión del sistema.
- Sistemas de Ecuaciones Lineales que permiten encontrar curvas planas (de distintos tipos) que pasan por puntos dados.
- Condiciones algebraicas que ayudan a entender la incidencia de objetos geométricos lineales (rectas y planos). Esto sí suele estudiarse en 2º de Bachillerato, pero se trata de entender el Álgebra Lineal más allá de las rectas, de manera que la aplicación geométrica tampoco sea mecánica.

## **T.2 Modelización y simulación como herramienta para el aprendizaje de las matemáticas**

Este TFM se puede enfocar de dos maneras, bien proponiendo (y a ser posible realizando) algunos ejemplos de problemas de modelización/simulación que puedan integrarse como parte de la enseñanza curricular (quizás uno al final de cada bloque temático), bien elaborando una propuesta de "Taller de Matemáticas" basado en la modelización/simulación.

Hay muchos ejemplos de problemas que se pueden usar, si bien es cierto que algunos requieren saber algo de física o de probabilidad, por lo que quizás sean más adecuados para cursos superiores. Entre ellos:

- [Cálculo] ¿Con qué ángulo debo lanzar un balón de baloncesto para encestarlo? ¿De qué parámetros depende? ¿Cuáles de esos parámetros puedo/debo considerar fijos (o casi) para un jugador dado?
- [Matrices y probabilidad] ¿Cómo puedo modelizar el estado funcionando/averiado de los ascensores de un edificio? ¿Me ayuda eso a decidir cuántos ascensores instalar?
- [Probabilidad] Antes de comprar un ordenador pregunto a un amigo cuál tiene y compro el mismo. ¿Cómo se distribuirá pasado un tiempo el número de ordenadores de cada marca que tiene la gente?
- [Geometría] ¿Dónde debo situar una boca de riego para poder regar todos los árboles con la menor cantidad de metros de manguera?

Por supuesto parte del TFM es pensar ejemplos adecuados para el curso y formato (actividad curricular o taller extracurricular) elegidos.

Como primeros ejemplos de fundamentación teórica ofrecemos el artículo de Joan Gómez i Urgellés en [https://revistasuma.es/IMG/pdf/42/SUMA\\_42.pdf](https://revistasuma.es/IMG/pdf/42/SUMA_42.pdf), o este trabajo presentado en las JAEM

[https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/12689/Ponencia\\_XVJAEM\\_v2.pdf](https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/12689/Ponencia_XVJAEM_v2.pdf),

pero hay incluso una revista dedicada a este tema (<http://polipapers.upv.es/index.php/MSEL>)..

.....

**JOSÉ MARIA ARIAS** ([arias@telefonica.net](mailto:arias@telefonica.net) )

**T1.** Cálculo mental con Moodle en bachillerato

**T2.** Estudio de las funciones en Bachillerato

**T3.** Los números metálicos

.....

**BARTOLOMÉ BARCELÓ** ([bartolomé.barcelo@uam.es](mailto:bartolomé.barcelo@uam.es) )

**T1. Sucesivas ampliaciones del concepto de número. Evolución histórica y problemas que resuelve cada una.**

Descripción: Este es el núm. 10 de la lista de 71 temas que entran en el temario de las oposiciones de secundaria (BOE del 21 de septiembre de 1993). Se desarrollará el tema teniendo en cuenta el sucesivo devenir, qué tipo de problemas resuelve y su evolución histórica. También se intentará añadir un enfoque pedagógico adecuado con propuestas de innovación didáctica, tal como obliga la Guía Docente.

En lugar de éste se puede elegir cualquiera de los títulos del temario. Su enfoque y tratamiento será el correspondiente a las directrices de un TFM.

Bibliografía: Se buscará, pero en torno a  
John H. Conway, Richard K. Guy, The Book of Numbers, Springer 1996  
Ebbinghaus, Numbers, Springer, 199113

.....

**JESÚS GARCÍA AZORERO** ([jesus.azorero@uam.es](mailto:jesus.azorero@uam.es)) y **ANA PRIMO** ([ana.primo@uam.es](mailto:ana.primo@uam.es))

## **T1. Aplicaciones del cálculo matricial para problemas de dinámica de poblaciones.**

### **Objetivos del trabajo:**

- Utilizar los modelos de dinámica de poblaciones para motivar los principios básicos del cálculo matricial que se enseña Bachillerato.
- Utilizar la estructura matricial para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Estudiar el concepto de autovalor y autovector de una matriz y su aplicación al estudio de la evolución de las poblaciones a largo plazo como una de las aplicaciones de las matrices.
- Enseñar a los estudiantes a programar una hoja de cálculo Excel para poder hacer experimentos numéricos, e interpretar los resultados obtenidos.
- Diseñar prácticas para que los estudiantes aprendan a utilizar programas de cálculo con matrices (MatrixCalc, Wolframalpha, GeoGebra...).

### **Referencias:**

- Textos de matemáticas de bachillerato.
  - Calculus for Biology and Medicine. Claudia Neuhauser. (Pearsons/Prentice Hall).
  - A Short History of Mathematical Population Dynamics. Nicolas Bacaër. (Springer).
  - Introducción a los métodos matemáticos en Biología y Ciencias Ambientales. Luis E. Solá Conde. (Editorial Paraninfo).
  - Calculadora de matrices: <https://matrixcalc.org/es/>
  - GeoGebra: <https://www.geogebra.org/>
  - WolframAlpha: <https://www.wolframalpha.com/>
- .....

**EUGENIO HERNÁNDEZ** ([eugenio.hernandez@uam.es](mailto:eugenio.hernandez@uam.es))

### **T.1 Materiales para experimentar las matemáticas**

Se dice a veces a los alumnos que las matemáticas son visuales, pero en las aulas solo se explican resultados teóricos y se les pide a los alumnos que apliquen estos resultados en ejercicios expresamente diseñados para evaluar si han aprendido los resultados teóricos.

Con este tema se pretende construir materiales (papel, plásticos, reciclados, programas de ordenador) con los que el alumno pueda experimentar las matemáticas.

Se deberá indicar en cada material:

- Como construirlo.
- Los elementos matemáticos que con él se pueden aprender.
- Hacer la construcción.
- Indicar la parte del curriculum de secundaria en el que se utilizaría.
- Experimentar con algunos ellos en un aula de secundaria.
- Evaluar los resultados.

La **referencia** principal es: Matemáticas Experimentales, Unesco – Centre Sciences - Adecum - [www .experiencingmaths.org](http://www.experiencingmaths.org)

## **T.2 Optimización por métodos alternativos al cálculo diferencial.**

Resolver problemas de optimización es parte esencial de los procesos naturales. Como decía Euler: nada se hace en la naturaleza sin que sea para obtener un máximo o un mínimo:

En la enseñanza secundaria se acostumbra a resolver algunos problemas de optimización como aplicación de las derivadas, una vez estudiadas estas en Bachillerato.

El objetivo del trabajo es buscar problemas de optimización junto con sus soluciones que puedan ser explicados en Secundaria Obligatoria. Diseñar con ellos un cuerpo de teoría y prácticas que pueda llevarse a cabo en un aula de 4º de ESO y evaluar los resultados.

Referencia principal:

Maxima and Minima without calculus, Ivan Niven, Lester H. Lance,  
(Dolciani Mathematical Expositions) Mathematical Association of America (2006)