Matemáticas. Grado en Química
Ejercicios - Curso 2014-15 Hoja 2

Ecuaciones diferenciales

1. Busca la solución general $y = y(x)$ de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$a)\ y' = y^2, \qquad b)\ y'y = x, \qquad c)\ y' = e^{x+y}, \qquad d)\ y' = x^2y^2 + x^2.$$

2. Encuentra una función cuya gráfica pase por el origen y cuya derivada en cada punto sea mayor en una unidad que la propia función.

3. La función $p = p(t)$ indica el número de bacterias de una población en función del tiempo t en horas. Si se sabe que p' y p son proporcionales y que la población inicial $p(0)$ se duplica en 24 horas, deduce la fórmula para $p(t)$ y halla cuánto tardará en triplicarse.

4. Si una población de bacterias sigue el modelo $p' = p^2 - 1000p$, justifica que tiende a extinguirse si la población inicial $p(0)$ es menor que 1000.

5. Halla la solución general $y = y(x)$ de las ecuaciones diferenciales:

$$a)\ xy' - 3y = x^4, \quad b)\ y' + y \operatorname{cotg} x = 2x \operatorname{cosec} x, \quad c)\ (x-1)y' + y = x^2 - 1$$

6. Halla soluciones $y = y(x)$ de los siguientes problemas de valores iniciales:

$$\begin{cases} y' + 2y = 5 \operatorname{sen} x \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y'' + 4y = \cos x \\ y(0) = 1,\ y'(0) = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 2x^2 - 4x - 1 \\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

7. Halla la solución general $y = y(x)$ de las ecuaciones diferenciales

$$a)\ y''-y = e^{2x}, \qquad b)\ y''-y = \operatorname{sen} x+\cos x, \qquad c)\ y''-2y'+2y = 1, \qquad d)\ y'''-8y = 0.$$

8. Encuentra la solución $y = y(x)$ en forma de serie de potencias de las ecuaciones diferenciales:

$$a)\ y'' + xy' + y = 0, \quad b)\ y'' + xy = 0$$