Matemáticas. Grado en Química
Ejercicios - Curso 2014-15 Hoja 1.1

Los números complejos. Raices de polinomios

1. Considera el número complejo $z = 1+i$. Calcula el argumento de los siguientes números complejos:

$$z^2, \ \frac{1}{z}, \ \frac{1}{z^2} \ .$$

Si t es un parámetro real y consideras el número complejo $w = 1 + ti$, ¿Cual es su argumento? ¿Y el de w^2?

2. Considera el número complejo $w = 3+4i$. Si $z = x+iy$ es un número complejo arbitrario, calcula la parte real, la parte imaginaria, el conjugado, el módulo y el argumento de los siguientes números complejos:

$$z, \ w, \ z-w, \ zw, \ \frac{1}{z}, \ \frac{z}{w} \ .$$

3. Calcular su módulo, su argumento y expresar los siguientes números complejos en sus formas trigonométrica y polar:

$$1+i, \quad \frac{1}{2} - \sqrt[3]{2}i, \quad -\frac{1}{2}i - \sqrt[3]{2}, \quad -2-2i \ .$$

4. Decide razonadamente cuáles de las siguientes fórmulas son ciertas:

1. $e^{2\pi i} = 1$
2. $e^{-i\theta} = \cos\theta - i \operatorname{sen}\theta$
3. $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)$
4. $\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$
5. $\dfrac{1}{\cos\theta + i\operatorname{sen}\theta} = \cos\theta - i\operatorname{sen}\theta$

5. Encontrar dos números complejos tales que su cuadrado sea $8-6i$

6. Calcular los diferentes valores de

$$\sqrt{1-i}, \ \sqrt[3]{-8}, \ \sqrt[3]{-i}, \ \sqrt[4]{16i}, \ \sqrt{-9}, \ .$$

7. Comprobar la igualdad de polinomios $X^5 - 1 = (X-1)(X^4+X^3+X^2+X+1)$ y utilizarla para encontrar las soluciones de la ecuación $x^4+x^3+x^2+x+1 = 0$.

8. Resolver las siguientes ecuaciones algebraicas:

1. $x^4 + 7x^2 - 144 = 0$
2. $x^3 - x^2 - 3x + 6 = 0$
3. $x^2 + 2x + 1 - 2i = 0$