Matemáticas. Grado en Química
Ejercicios - Curso 2013-14 Hoja 1.5

Aplicaciones de la derivada.

1. Halla los extremos absolutos de las funciones siguientes en los intervalos dados:

- a) $f(x) = x^3 - 3x^2$ en $[-1, 3]$;
- b) $g(x) = 2\operatorname{sen} x - \cos 2x$ en $[0, 2\pi]$;
- c) $h(x) = 4 - |x - 4|$ en $[1, 6]$.

2. Usa la regla de L'Hôpital para evaluar los siguientes límites:

$$1)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x - (1-x)}{x}; \qquad 2)\ \lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}; \qquad 3)\ \lim_{x\to\infty} x^{1/x};$$

$$4)\ \lim_{x\to 0^+} x^2 \operatorname{cotg} x; \qquad 5)\ \lim_{x\to 0^+} (e^x + x)^{1/x}.$$

3. (**Interés compuesto**) La fórmula para calcular el interés acumulado después de t años en una cuenta de ahorro por un depósito inicial de C euros a una tasa de interés r acumulado n veces al año es

$$A(t) = C(1 + \frac{r}{n})^{nt}.$$

Usa la regla de L'Hôpital para probar que si el número de veces que se acumula el interés se hace infinito el resultado es $A(t) = Ce^{rt}$.

4. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones en los intervalos dados:

- a) $f(x) = x^4 - 2x^2$ en $(-\infty, \infty)$;
- b) $g(x) = \frac{1}{x^2}$ en $(-\infty, \infty)$;
- c) $h(x) = \operatorname{sen} x \cos x$ en $[0, 4\pi]$.

5. Halla los extremos relativos y absolutos de las funciones dadas en el ejercicio anterior en los intervalos indicados.

6. (**Potencia eléctrica.**) La potencia eléctrica en watios en un circuito de corriente con dos resistencias conectadas en serie es

$$P = \frac{VR_1R_2}{(R_1 + R_2)^2},$$

donde V es el voltaje. Si V y R_1 se mantienen constantes, ¿cuál es la resitencia R_2 que produce la mayor potencia? Esboza la gráfica de P con respecto a R_2.

7. Halla los extremos relativos, los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de las siguientes funciones en los intervalos dados:

- a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$ en $(-\infty, \infty)$;
- b) $g(x) = x\sqrt{x+3}$ en $[-3, \infty)$;
- c) $h(x) = 2\,\mathrm{sen}\,x + \mathrm{sen}\,2x$ en $[0, 4\pi]$.

8. Estudia y representa las siguientes funciones:

- a) $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x+1}$;
- b) $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$;
- c) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$;
- d) $f(x) = (2 - x)e^{-x}$;
- e) $f(x) = (1 - e^{-(x-a)})^2$.

9. Se desea fabricar latas de refresco de forma cilíndrica y un volumen de 1/3 de litro. ¿Qué dimensiones (radio y altura) debe tener el cilindro para que la cantidad de metal necesaria en la fabricación de la lata sea mínima? ¿Tienen las latas que se comercializan esas dimensiones?

10. Una página rectangular debe contener $408\,cm^2$ de área impresa, los márgenes en los laterales son de $2\,cm$ cada uno y los márgenes superior e inferior son de $3\,cm$ cada uno. ¿Qué dimensiones debe tener la hoja para usar la menor cantidad de papel?

11. El coste de producción de x unidades diarias de un determinado producto es:

$$\frac{x^2}{4} + 35x + 25$$

y el precio de venta de uno de ellos es $50 - x/4$. Halla el número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.

12. Escribe la fórmula des las iteraciones del método de Newton para las funciones dadas y escribe los resultados de tres de éstas iteraciones comenzando con la estimación $x_1 = 1$:

a) $f(x) = x^2 - 3$; *b)* $g(x) = 3\sqrt{x-1} - x$.

Aproxima el valor de los ceros de las funciones anteriores con el método de Newton hasta que dos aproximaciones sucesivas difieran en menos de 0,001. (Nota: la función $g(x)$ tiene dos ceros)