CURVAS DE SEGUNDO GRADO O CÓNICAS

$$f(x,y) = a_{11}x^2 + a_{12}xy + a_{22}y^2 + a_1x + a_2y + a = 0$$

INVARIANTES

$$s = a_{11} + a_{22}\,, \quad \delta = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}/2 \\ a_{12}/2 & a_{22} \end{vmatrix} \quad \Delta = |\overline{A}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}/2 & a_1/2 \\ a_{12}/2 & a_{22} & a_2/2 \\ a_1/2 & a_2/2 & a \end{vmatrix}$$

AUTOVALORES: $p_A(\lambda) = |A - \lambda I| = \lambda^2 - s\lambda + \delta \quad s = \lambda_1 + \lambda_2\,, \quad \delta = \lambda_1\lambda_2\,.$

TIPO ELÍPTICO:

$\delta = \lvert A\rvert = \lambda_1\lambda_2 > 0$			$\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 = C$ con $C = \frac{-\Delta}{\delta}$	
			Forma canónica	
C ≠ 0 <=> Δ ≠ 0	Signo (s) = Signo (C)	Elipse	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	El centro es la solución del sistema $\left\{\frac{\partial f}{\partial x} = 0,\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0\right\}$
	Signo (s) ≠ Signo (C)	No hay solución		
C = 0 <=>Δ=0		Un punto		Completar cuadrados

TIPO HIPERBÓLICO:

$\delta = \lvert A\rvert = \lambda_1\lambda_2 < 0$		$\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 = C$ con $C = \frac{-\Delta}{\delta}$	
		Forma canónica	
C ≠ 0 <=> Δ ≠ 0	Hipérbola	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	El centro es la solución del sistema $\left\{\frac{\partial f}{\partial x} = 0,\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0\right\}$
C = 0 <=> Δ=0		Dos rectas que se cortan	Resolver la ecuación para x o para y

TIPO PARABÓLICO:

$\delta = \lvert A\rvert = \lambda_1\lambda_2 = 0$ con $\lambda_2 \neq 0.$				
			Forma canónica	
Δ ≠ 0	$\lambda_2 y^2 = \sqrt{\frac{-4\Delta}{s}}x$	Parábola	$y^2 = 2px$	El vértice es la solución del sistema $\{< \nabla f(x,y), \overrightarrow{u_2} >= 0\,,\ f(x,y) = 0\}$ donde $\overrightarrow{u_2}$ es una autovector de λ_2.
Δ=0	$y^2 = C$	Dos rectas paralelas o coincidentes		Resolver la ecuación para x o para y