PRIMER CURSO - GRADO EN MATEMÁTICAS - 2013-2014

ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA. Examen final (Viernes, 09-05-2014)

APELLIDOS .... **NOMBRE** ....

DNI: .... **GRUPO:** ....

Por favor, redacta la solución de los ejercicios siguientes en hojas separadas. No olvides escribir tu nombre, apellidos, DNI y grupo en esta hoja.

---

1. (**2 puntos**) Da una demostración si es verdadera, o un contraejemplo si es falsa, para cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) La matriz de una aplicación ortogonal con respecto a una base ortonormal es siempre una matriz simétrica.

(b) Cualquier punto en el primer cuadrante del plano afin $\mathbb{A}^2$ tiene coordenadas baricéntricas positivas respecto al sistema de referencia baricéntrico $\mathcal{R} = \{(0,0),(1,0),(0,1)\}$.

(c) Dos planos no paralelos siempre se cortan en $\mathbb{A}^n$ para $n \geq 4$.

(d) El conjunto de puntos de $\mathbb{A}^3$ que distan una unidad de la recta $L = \{(t,0,0) : t \in \mathbb{R}\}$ forman un cilindro.

---

2. (**2 puntos**) Sean $\vec{u} = (1,0,1,0)$ y $\vec{v} = (1,-1,1,-1)$ dos vectores en $\mathbb{R}^4$ que generan un subespacio vectorial V.

(a) Halla las ecuaciones implícitas de la variedad afín de $\mathbb{A}^4$ dada por $L = p + V$, donde $p = (0,1,0,1)$.

(b) Halla una base ortonormal de V.

(c) Halla las ecuaciones de la proyección ortogonal P sobre el subespacio vectorial V.

---

3. (**2 puntos**) Identifica el movimiento

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

e indica todos sus elementos geométricos.

---

4. (**2 puntos**) En $\mathbb{A}^4$ con la estructura afín usual se consideran el plano Π y la recta r dados por

$$\Pi = \left\{ \begin{array}{rl} x - y + z & = 1 \\ y + z - w & = 0 \end{array} \right\}, \qquad r = (1,0,1,0) + < (0,1,0,\alpha) > \;.$$

(a) Estudia la posición relativa del plano y la recta, dependiendo de los valores de α.

(b) Halla la distancia entre la recta r y el plano Π, dependiendo de los valores de α.

---

5. (**2 puntos**) Considera la familia de cónicas

$$f_{(\alpha,\beta)}(x,y) = 4x^2 + 4y^2 + 2\alpha xy + 2\beta y - 1 = 0\,.$$

(a) ¿Para qué valores de (α,β) la cónica tiene un único centro?

(b) Clasifica las cónicas $f_{(\alpha,\beta)}(x,y) = 0$ según los distintos valores de (α,β).

TIEMPO: 3 horas