

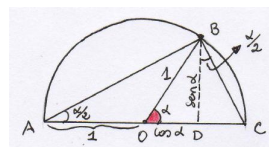
**CMES.
Curso 2012-13**

EJERCICIOS DEL TEMA 4.

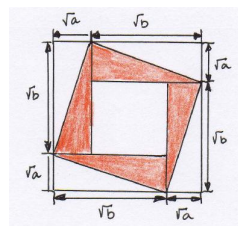
4.2. Demostraciones visuales.

1. Usar la figura de la derecha para ilustrar las fórmulas de la tangente del ángulo mitad:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

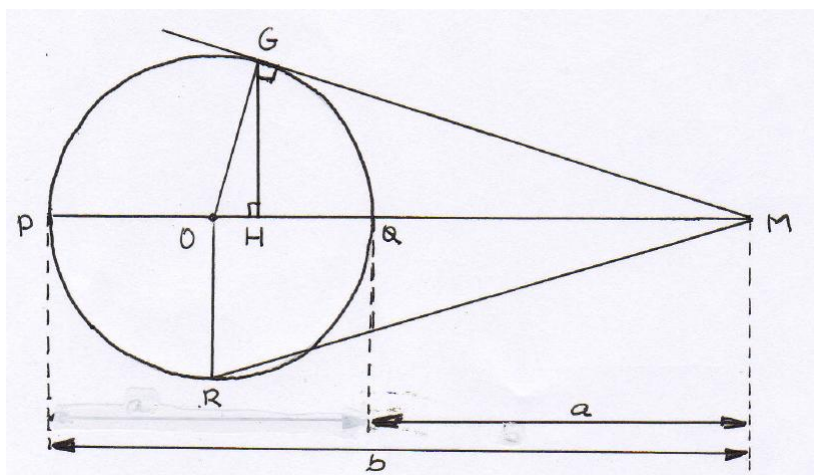


2. Usar la figura de la derecha para demostrar que la media geométrica $M_G = \sqrt{ab}$ de dos números $a, b > 0$ no supera a su media aritmética $M_A = \frac{a+b}{2}$.



3. Dados $a, b > 0$ su media armónica es $M_H = \frac{2ab}{a+b}$ y su media cuadrática $M_C = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$. Con la figura que hay a continuación demuestra las desigualdades:

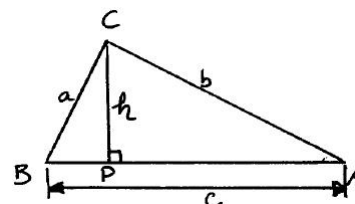
$$M_H \leq M_G \leq M_A \leq M_C$$



4.3. Propiedades de los polígonos.

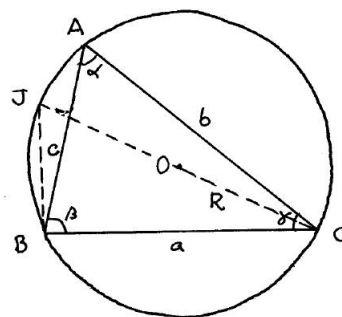
4. Prueba el “teorema de Pitágoras inverso”: si a y b son las longitudes de los catetos y h la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, se tiene

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}.$$



5. (Ley del seno) Para un triángulo ABC inscrito en una circunferencia de radio R se tiene

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R.$$



(Indicación: trazar el diámetro CJ y la cuerda BJ como en la figura)

6. Demostrar que para cualquier triángulo ABC se tiene $\text{Área}(ABC) = \frac{abc}{4R}$, donde R es el radio de la circunferencia circunscrita y a , b y c son las longitudes de sus lados. (Usar la ley del seno)
7. Demostrar que las medianas de un triángulo dividen a éste en seis triángulos todos de igual área.
8. Usar el ejercicio anterior para demostrar que la longitud del segmento de cada mediana comprendido entre su pie y el baricentro es un tercio de la longitud de la mediana.