PRIMER CURSO DE BIOQUÍMICA 2011-12

MATEMÁTICAS. Examen final (L, 16-01-2012)

APELLIDOS .... **NOMBRE** ....

DNI: .... **FIRMA:** ....

1.(**2 puntos**)

(a) (0,5 puntos) Hallar la derivada de la función $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{e^x+1}$.

(b) (0,7 puntos) Calcular aproximadamente el valor de $\int_0^2 \frac{4}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$ usando la regla de Simpson para 4 intervalos.

(c) (0,8 puntos) ¿Para qué valores de λ el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} \lambda-2 & 0 & 1,25 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$ se hace nulo?

2.(**2 puntos**) Oglesby (1977) investigó la relación entre la producción anual de peces, Y, y la concentración de clorofila de fitoplancton en verano, C. La producción de peces se mide mediante el peso de los peces por metro cuadrado y año y la concentración de clorofila se mide en microgramos por litro. Los datos procedentes de 19 lagos permitieron establecer la siguiente relación: $\log_{10} Y = 1,17 \log_{10} C - 1,92$.

(a) (0,5 puntos) Escribir Y en función de C.

(b) (0,5 puntos) Obtener la producción predicha, Y_p, en función de la producción actual, Y_a, si la concentración de clorofila de fitoplancton se dobla durante el verano.

(c) (1 punto) ¿En qué porcentaje debería aumentar la concentración de clorofila de fitoplancton en verano para tener un incremento del 10% en la producción anual de peces?

3.(**2 puntos**) La velocidad de crecimiento de una población se expresa como

$$v(N) = N\left(1 - \left(\frac{N}{10}\right)^{0,5}\right), \quad 0 \le N \le 10,$$

siendo N el tamaño de la población en miles de individuos.

(a) (0,6 puntos) Calcular $v'(N)$.

(b) (0,7 puntos) Hallar el tamaño de la población para que la velocidad de crecimiento sea máxima, justificando la respuesta.

(c) (0,7 puntos) Estudiar la concavidad de la función $v(N)$ en el intervalo $0 \le N \le 10$.

4.(**2 puntos**) El tamaño de una población, denominado $N(t)$, se rige por la ecuación diferencial

$$\frac{dN}{dt} = kN\left(1 - \frac{N}{50}\right), \quad N(0) = 10,$$

donde k es una constante que depende de las características de la población y N se mide en miles de individuos.

(a) (1 punto) Resolver la ecuación diferencial para hallar $N(t)$.

(b) (0,5 puntos) Determinar k sabiendo que $N(10) = 20$.

(c) (0,5 puntos) ¿Cuál es el tamaño de la población a largo plazo?

5.(**2 puntos**) Una población de moscas se divide en dos grupos de edad, jóvenes y adultas. Solo sobrevive el 20% de las moscas jóvenes hasta el final del primer mes. Las moscas jóvenes tienen un promedio de 0,5 crias por mes y las moscas adultas tiene un promedio de 5 crias por mes. Ninguna mosca sobrevive más allá del segundo mes.

(a) (0,5 puntos) Escribir la matriz de transición de este sistema.

(b) (0,8 puntos) Decidir razonadamente, calculando autovalores, si la población de moscas crece o decrece con el paso del tiempo.

(c) (0,7 puntos) Si queremos que la población de moscas permanezca constante con el paso del tiempo, ¿cuál debería ser la tasa de supervivencia de las moscas jóvenes?

TIEMPO: 3 HORAS